UQÀM Faculté des sciences
Département de Mathématiques

Hiver 2022

PLAN DE COURS

Titre du cours: Analyse I

Sigle du cours: MAT1130 - 20

Horaire: Mardi de 11h00 à 12h30 et Jeudi de 9h00 à 10h30
Séance de soutien : Mardi 12h30 (amenez votre lunch !)

Local PK-7210

Début du cours: 11 janvier 2022 Fin du cours: 28 avril 2022

Nom de l'enseignant: Slimane Benelkourchi benelkourchi.slimane@uqam.ca

PK–5120; Tél : 514 987 3000 (poste 8458)

Séances d'exercices: Jeudi de 10h30 à 12h30 local PK-7210

Démonstrateur: À venir

Séances de consultation: Mardi après le cours

En cas de difficulté d'horaire, n'hésitez pas à fixer un rendez-vous avec moi à un autre moment.

DESCRIPTION DU COURS (SELON L'ANNUAIRE)

Objectifs

Établir les bases de l'Analyse mathématique. Faire l'étude rigoureuse des fondements de la théorie des fonctions d'une variable réelle : construction des nombres réels, suites et séries numériques, continuité et dérivabilité de fonctions réelles. Les objets étudies dans ce cours sont en apparence simples, la difficulté du sujet est plutôt de développer une aisance à démontrer de façon précise des résultats mathématiques souvent clairs intuitivement. On voudra comprendre comment ce sujet, de par sa méthode, est central aux mathématiques modernes.

Sommaire du contenu

Introduction au raisonnement mathématique : preuve directe, indirecte, par contradiction, par récurrence, langage ensembliste.

Rappels sur les entiers, le processus de récurrence et les nombres rationnels. Le caractère incomplet des rationnels. Notion de majorant, minorant, supremum et infimum. Propriétés élémentaires des nombres réels. Suites convergentes et de Cauchy. Théorème de Bolzano-Weierstrass et conséquences. Ensembles ouverts, fermés, bornés et compacts dans R. Théorème des intervalles emboîtés. Définition des séries infinies, étude de leur convergence grâce à divers critères : Cauchy, D'Alembert, Leibniz, comparaison, etc. Convergence absolue et ses conséquences pour les réarrangements de séries. Étude de quelques séries remarquables : séries harmoniques, géométriques, etc. Fonctions continues : définition et diverses caractérisations. Propriétés élémentaires des fonctions continues. Propriétés fondamentales : Atteinte du supremum sur un ensemble compact, Théorème de la valeur intermédiaire et conséquences. Continuité uniforme. Fonctions dérivables. Signification géométrique de la dérivée. Théorème de Rolle et applications. Théorème des accroissements finis. Fonctions infiniment dérivables et Théorème de Taylor. Fonctions classiques exponentielles, log, arctan etc.

CONTENU DU COURS

Chapitre 0 : Rappels sur la logique mathématique et la théorie des ensembles

- Connecteurs logiques
- Quantificateurs mathématiques
- Différents modes de preuves en mathématiques
- Généralités sur les ensembles
- Opérations sur les ensembles
- Relation
- Fonction

Chapitre 1 : Vers une meilleure compréhension des nombres réels

- La construction formelle des entiers
- La construction formelle des rationnels
- Propriétés des rationnels
- La construction formelle des réels

Chapitre 2 : Suites des nombres réels et topologie de la droite réelle

- Suites convergentes et suites de Cauchy
- Valeurs d'adhérence et Théorème de Bolzano-Weierstrass
- Notions de voisinage, ensembles fermés et ouverts de $\boldsymbol{R}$
- Théorème de recouvrement d'Heine-Borel, Théorème de Bolzano-Weierstrass….

Chapitre 3 : Limites de fonctions et continuité

- Limites de fonctions
- Propriétés élémentaires et la classe des fonctions continues
- Deux théorèmes fondamentaux sur la continuité

Chapitre 4 : Fonctions dérivables

- Définitions élémentaires et la classe des fonctions dérivables
- Propriétés de la dérivée
- Quelques théorèmes fondamentaux sur les fonctions dérivables

Chapitre 5 : Séries infinies

- Propriétés générales
- Séries à termes positifs
- Séries arbitraires et diverses notions de convergence
- Problèmes d'associativité et de commutativité pour les séries

Chapitre 6 : Séries de Taylor et fonctions classiques

- Des polynômes et des séries
- Formules de Taylor
- Exemples : Fonctions exponentielles, logarithmiques, trigonométriques…..

ACTIVITÉS D'ENSEIGNEMENT

Cours magistraux contenant théorie, exemples, discussions et ateliers. Une séance d'exercices est prévue à l'horaire de l'étudiant. Elle est très recommandée. Un démonstrateur fera les solutions détaillées des exercices que l'étudiant doit essayer (fortement) de faire à chaque semaine, chez lui, avant cette séance.

MODALITÉS D'ÉVALUATION

Outils d'évaluation

Outil d'évaluation	Pondération	Échéance
Minitest 1	5%	27 janvier 2022
Minitest 2	5%	31 mars 2022
Devoir 1	10 %	10 février 2022
Devoir 2	10 %	14 avril 2022
Examen de mi- session	35 %	24 février 2022
Examen final	35 %	28 avril 2022

ÉCHELLE DES COTES

A+ [90.00 - 100]	**A [85.00 - 90.00)**	**A- [80.00 - 86.00)**	**Réussite**
B+ [76.00 - 80.00)	**B [73.00 - 76.00)**	**B- [70.00 - 73.00)**	**Réussite**
C+ [66.00 - 70.00)	**C [63.00 - 66.00)**	**C- [60.00 - 63.00)**	**Réussite**
D+ [55.00 - 60.00)	**D [50.00 - 55.00)**		**Réussite**
E [0 - 50.00)			**Échec**

RÉFÉRENCES

1. Michael Spivak (2008), Calculus, Publish or Perish (4th edition).
2. Rudin, Walter. 1976. Principles of Mathematical Analysis (3rd edition). McGraw-Hill, New-York.
3. Labelle, Jacques et Mercier, Armel (1993). Introduction à l'analyse réelle. Éditions Modulo, Montréal. ISBN : 2891134486.
4. Steven R. Lay, Analysis with an Introduction to Proof, 4th edition (Prentice Hall, 2004).
5. Stephen Abbott, Understanding Analysis (Springer, 2010).
6. Kenneth A. Ross, Elementary Analysis: The Theory of Calculus (Springer, 2010).
7. Goldberg, Richard R. (1976). Methods of Real Analysis (2nd edition). John Wiley & Sons, New York. ISBN 0-471-31065-4.
8. Groupe AHA : Bolly, P., Chevalier, A., Citta-Vanthemsche, M., Grand'Henry-Krysinska, M., Hauchart, C., Legrand, D., Rouche, N. et Schneider-Gilot, M. (1999). Vers l'infini pas à pas: Approche heuristique de l'analyse. DeBoeck, Bruxelles. ISBN : 2-8041-3169-6

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, L'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique.
Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de «tolérance zéro», la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.
Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQÀM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQÀM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables.
Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante : http://www.sciences.uqam.ca/etudiants/integrite-academique.html

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.

ARTICLE 2 - INFRACTIONS DE NATURE ACADÉMIQUE

2.1 Infraction

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie, falsification de document ou création d'un faux document commis par une candidate, un candidat, une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen, d'un travail ou d'un stage faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constitue une infraction au sens de ce règlement.

2.2 Liste non limitative des infractions

Sans limiter la généralité de ce qui précède, constitue notamment une infraction le fait de poser ou tenter de poser l'un des actes suivants ou le fait d'y participer :

a) la substitution de personnes ou l'usurpation d'identité;
b) le plagiat : l'utilisation totale ou partielle du texte ou de la production d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence;
c) l'autoplagiat : le dépôt d'un travail pour fins d'évaluation alors que ce travail constitue essentiellement un travail qui a déjà été soumis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant;
d) la possession ou l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen;
e) la possession ou l'utilisation de tout document ou matériel non autorisé préalablement, pendant un examen ou lors de la réalisation de travaux, incluant le recours aux outils informatiques ou moyens technologiques;
f) l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen ou de tout autre matériel provenant d'une autre personne;
g) l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle;
h) l'obtention d'une évaluation non méritée notamment par corruption, chantage, intimidation ou toute forme de harcèlement ou la tentative d'obtenir une telle évaluation;
i) la falsification d'un document ou la création d'un faux document, notamment d'un document transmis à l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances;
j) la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

ARTICLE 3 - SANCTIONS

3.1 L'attribution de la mention « P »

L'étudiante, l'étudiant qui commet une infraction est mis en probation et peut se voir imposer une ou plusieurs sanctions. La mise en probation génère l'attribution de la mention « P » au dossier informatisé de l'étudiant, de l'étudiante. La mention « P » n'apparaît pas au relevé de notes de l'étudiante, l'étudiant mais figure en tout temps à son dossier.
Lorsque la sanction est la suspension, une mention à cet effet apparaîtra au relevé de notes pour la durée de la suspension. Dans le cas d'une expulsion définitive de l'Université, une mention à cet effet apparaîtra de manière permanente au relevé de notes.

3.2 La mise en probation et autres sanctions

a) la mise en probation;
La mise en probation constitue la reconnaissance que l'étudiante, l'étudiant a commis une infraction au présent règlement.
La mise en probation peut être imposée sans autre sanction, auquel cas, l'enseignant, l'enseignante se voit inviter à attribuer une notation à l'étudiante, l'étudiant pour le cours conformément au résultat

obtenu pour les prestations complétées. La mise en probation sans autre sanction signifie que la mention « P » est inscrite au dossier de l'étudiante, l'étudiant et que celle, celui qui en est l'objet ne doit commettre aucune autre infraction au présent règlement, à défaut de quoi, l'une ou l'autre des sanctions suivantes lui sera imposée.

Outre la mise en probation, l'étudiante, l'étudiant peut se voir imposer une ou plusieurs des sanctions suivantes :

b) l'échec au cours ou à l'activité créditée;
c) l'obligation de réussir jusqu'à six crédits additionnels, hors programme, afin d'obtenir son grade, diplôme, certificat ou attestation; les cours doivent être identifiés;
d) la suspension de toute activité à l'Université, pour une période maximale de neuf trimestres consécutifs;
e) son expulsion définitive de l'Université.

PLAGIAT
Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18
Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : www.integrite.uqam.ca

Politique 16 sur le harcèlement sexuel
Le harcèlement sexuel se définit comme étant un comportement à connotation sexuelle unilatéral et non désiré ayant pour effet de compromettre le droit à des conditions de travail et d'études justes et raisonnables ou le droit à la dignité.
La Politique 16 identifie les comportements suivants comme du harcèlement sexuel : 1. Manifestations persistantes ou abusives d'un intérêt sexuel non désirées. 2. Remarques, commentaires, allusions, plaisanteries ou insultes persistants à caractère sexuel portant atteinte à un environnement propice au travail ou à l'étude. 3. Avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées. 4. Avances physiques, attouchements, frôlements, pincements, baisers non désirés. 5. Promesses de récompense ou menaces de représailles, implicites ou explicites, représailles liées à l'acceptation ou au refus d'une demande d'ordre sexuel. 6. Actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme. 7. Manifestations de violence physique à caractère sexuel ou imposition d'une intimité sexuelle non voulue. 8. Toute autre manifestation à caractère sexuel offensante ou non désirée. Pour plus d'information : http://www.instances.uqam.ca/ReglementsPolitiquesDocuments/Documents/Politique_no_16.pdf Pour rencontrer une personne ou faire un signalement : Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement : 514-987-3000, poste 0886 http://www.harcelement.uqam.ca