MAT 1130: ANALYSE 1

Courriel: hyvrier.clement@uqam.ca
Bureau: PK-5540
Local du cours: PK-R605
Horaire: Mar 11h–12h30 et Jeu 9h–10h30. TP: Mar 12h30–13h30 et Jeu 10h30–12h30
Heures de disponibilité: Lun et Mer 13h30–15h30 ou sur rendez-vous (dans tous les cas m'envoyer un courriel la veille)

Description officielle du cours:
Introduction au raisonnement mathématique : rappel sur les entiers, preuve directe, indirecte, par contradiction, par récurrence, langage ensembliste. Rappels sur les nombres rationnels. Le caractère incomplet des rationnels. Notion de majorant, minorant, supremum et infimum. Propriétés élémentaires des nombres réels. Suites convergentes et de Cauchy. Théorème de Bolzano-Weierstrass et conséquences. Ensembles ouverts, fermés, bornés et compacts dans R. Théorème des intervalles emboîtés. Définition des séries infinies, étude de leur convergence grâce à divers critères : Cauchy, D'Alembert, Leibniz, comparaison, etc. Convergence absolue et ses conséquences pour les réarrangements de séries. Etude de quelques séries remarquables : séries harmoniques, géométriques, etc. Fonctions continues : définition et diverses caractérisations. Propriétés élémentaires des fonctions continues. Propriétés fondamentales : Atteinte du supremum sur un ensemble compact, Théorème de la valeur intermédiaire et conséquences. Continuité uniforme. Fonctions dérivables. Signification géométrique de la dérivée. Théorème de Rolle et applications. Théorème des accroissements finis. Fonctions infiniment dérivables et Théorème de Taylor. Fonctions classiques exponentielles, log, arctan etc.

Objectifs du cours:
Etablir les bases de l'Analyse mathématique. Faire l'étude rigoureuse des fondements théorie des fonctions dune variable réelle : construction des nombres réels, suites et séries numériques, continuité et dérivabilité de fonctions réelles. Les objets étudiés dans ce cours sont en apparence simples, la difficulté du sujet est plutôt de développer une aisance à démontrer de façon précise des résultats mathématiques souvent clairs intuitivement. On voudra comprendre comment ce sujet, de par sa méthode, est central aux Mathématiques modernes.

Plan de cours:

Chapitre I: **Les nombres réels: construction et propriétés élémentaires**
- Ensembles, applications, relations, nombres entiers et induction.
- Les nombres rationnels et leur caractère incomplet.
- Construction des nombres réels.
- Quelques propriétés des nombres réels.

Chapitre II: **Les nombres réels: topologie**
- Intervalles et théorème des intervalles emboîtés.
- Suites numériques et leur convergence.
- Théorèmes de Bolzano-Weierstrass.
- Théorème de Heine-Borel.
- Ensembles ouverts et fermés de $\mathbb{R}$.

Chapitre III: **Séries**
- Somme d'une série.
- Série à termes positifs.
- Séries générales et divers critères de convergence.
- Réarrangements et produits de séries.

Chapitre IV: **Fonctions Continues**
- Définition de la continuité d'une fonction réelle.
- Ensemble des discontinuité d'une fonction réelle.
- Propriétés des fonctions continues.
- Continuité uniforme.

Chapitre V: **Quelques fonctions remarquables**
- Fonctions linéaires.
- Fonctions exponentielles et logarithmiques.
- Longueur d'arc.
- Fonctions trigonométriques.

Chapitre VI: **Fonctions dérivables**
- Définition de la dérivée d'une fonction réelle.
- Théorème de Rolle et applications.
- Théorème des accroissements finis.
- Fonctions infiniement dérivables et Théorème de Taylor.

Si le temps le permet, nous introduirons l'intégrale de Riemann dans un dernier chapitre.

Ouvrages de référence:
Des notes de cours d'Olivier Collin, professeur à l'UQAM, seront fournies en format pdf. Ces notes serviront de base au cours magistral. **Il est fortement recommandé aux étudiants d'y jeter un coup d'oeil régulièrement, ainsi que de faire les exercices qui sont proposés en TP**. Il n'y aura pas de manuel obligatoire à acheter. Toutefois, voici deux ouvrages de référence qui pourraient être utile en complément, et où l'on peut trouver de multiples exercices en supplément.

M. Spivak, *Calculus*, Publish or Perish (2008, 4ème édition). Un incontournable bijou de littérature mathématique que l'on peut se procurer sur Internet.

J. Labelle et A. Mercier, *Introduction à l'analyse réelle* , modulo (1999). Disponible à la librairie.

Evaluation proposée:
3 Quiz, effectués en début de certaines séances de TP, comptabilisant pour un total de 10% de la note finale.
2 Devoirs comptant pour un total de 10% de la note finale.
2 Examens Intra: **Intra #1** le **jeudi 18 février**; **Intra #2** le **jeudi 24 mars**. L'intra ayant été le mieux réussi comptera pour 25% de la note et le moins réussi pour 15%.
1 Examen Final: le **jeudi 28 avril**. Il comptera pour 40% de la note finale.