Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques

PLAN DE COURS

AUTOMNE 2006

GEOMETRIE I
MAT 1030, GR. 10 ET 30

Professeur : Louis Charbonneau
Bureau : PK-5835 ; tél : 987-3000, poste 3217#
Courriel: charbonneau.louis@uqam.ca

DESCRIPTION DU COURS DANS L'ANNUAIRE DE L'UQAM

Objectifs : Faire une révision en profondeur des notions de géométrie euclidienne enseignées au secondaire. Mettre en évidence le caractère axiomatique de la géométrie en insistant sur le rôle des définitions et du raisonnement déductif. Développer chez les étudiants les habiletés de raisonnement géométrique. Contenu : Parallélisme, perpendicularité, angles, polygones et cube. Cercles: tangentes et cordes. Constructions diverses avec règle et compas. Théorème de Thalès et similitude. Notion de lieu géométrique. Théorème de Pythagore. Solides réguliers. Relations métriques dans le cercle et dans le triangle. La règle d'or dans les polygones et solides réguliers. Théorème de Céva et Ménélaus.

ACTIVITES DU COURS

- Exposés.
- Discussions en classe
- Résolution de problèmes
- Utilisation de logiciels géométriques (Cabri Géomètre)

ÉVALUATION PROPOSEE

5 %	Devoir 1 (Court devoir donné le mardi 19 septembre (sur le site du cours) et à remettre le mercredi 27 septembre, avant 15h00.)
15 %	Examen 1 (Examen d'une heure et demie. Groupe 10 : le jeudi 19 octobre ; groupe 30 : mercredi 18 octobre)
40 %	Examen 2 (Examen de trois heures. Groupe 10 : le lundi 6 novembre ; groupe 30 : le vendredi 3 novembre)
40 %	Examen 3 (Examen commun, le mardi 19 décembre à 9h30.)
N.B.	Une note cumulative de 60 % est exigée pour réussir le cours. Les fautes de français seront pénalisées jusqu'à concurrence de 5 % sur la note totale.

MATERIEL OBLIGATOIRE

1. Notes de cours qui seront disponibles sur le site du cours au fur et à mesure que le cours progressera. Adresse du site : www.math.uqam.ca/_charbonneau/MAT1030.
2. Cahier à anneaux (en six sections : notes prises à chaque cours ; définitions ; axiomes et termes non définis ; postulats; théorèmes et constructions ; problèmes et exercices).
3. Instruments géométriques : compas, règle, rapporteur et équerre.

Demande particulière

- **Donnez au professeur une photo de vous. Photo numérique ou non. Vous pouvez la faire parvenir par courriel : charbonneau.louis@uqam.ca .**

N.B. : Groupe 10 : Il n'y aura pas de cours le lundi 2 octobre, mais il y aura une séance d'exercices prolongée.

BIBLIOGRAPHIE

Coupal, Michel, *À vos maths !*, Mathématiques • 1er cycle du secondaire, Manuel B, Montréal : Graficor, 2005.

F.I.C. (1961). *Géométrie plane*. La Prairie : Frères de l'Instruction Chrétienne. *

Garançon, M. (1999). *Notes de cours Géométrie I, MAT 1030.* Montréal : Département de mathématiques, UQAM.

Greenberg, M.J. (1974). *Euclidean and Non-Euclidian Geometries, Development and History.* San Francisco : W.H. Freeman and Company. *

Moise, E.E., Downs, F.L. (1968). *Mathématiques modernes : Secondaire IV*, Saint-Laurent : Renouveau Pédagogique. *

Réunion de professeurs. (1952). *Cours de Géométrie (classes de 2e et de 1e).* Paris : LIGEL. *

Réunion de professeurs. (1968). *Géométrie (cours complémentaires).* Paris : LIGEL. *

Tanguay, D. (2002). Analyse des problèmes de géométrie et apprentissage de la preuve au secondaire. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(3), 371-396.

Toth, Imre, La révolution non euclidienne, *La Recherche*, n° 75, février 1977, 143-151.

* Disponible à la réserve du Laboratoire de didactique des mathématiques, PK-4950

MAT 1030 Géométrie I, automne 2006

Calendrier approximatif

Semaine	Contenu
1	• Présentation du cours • La recherche d'une construction géométrique • Analyse et synthèse

2	• Le danger des figures
	• Pourquoi s'astreindre à démontrer et à le faire d'une certaine façon.
	• La *vérité*. Qu'est-ce que cela veut dire ?
	• Un peu d'histoire : La géométrie euclidienne et les géométries non-euclidiennes.
	• Les définitions des termes de la géométrie euclidienne
	  o Axiome, postulat, proposition, théorème, lemme, corollaire
	• Un peu de logique informelle
	  o Démonstration directe
	  o Démonstration par l'absurde
	• Système axiomatique (Ilôt déductif)
	  o Un exemple : système d'incidence
	  o Interprétation d'un système et modèle d'un système
	  o Comment montrer qu'un postulat ne dépend pas d'un système

3	• La démonstration et sa forme • Angles et droites parallèles • **Devoir court** (5 %)
4	• Congruence de triangles • Constructions géométriques
5	• Lieux géométriques • Propriétés des bissectrices • Droites remarquables d'un triangle
6	• **Examen 1** (15 %)
7	• Quadrilatère • Proportions • Aire de figures planes
8	• Similitude des triangles • Constructions géométriques
9	• **Examen 2** (40 %)
10	• Les tangentes au cercle
11	• Mesure d'arcs • Angles inscrits
12	• Polygones inscrits
13	• Polygones réguliers
14	• Géométrie dans l'espace
15	• **Examen 3** (40 %)

ÉNONCÉS DE GÉOMÉTRIE EUCLIDIENNE

1. Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.
2. L'axe de symétrie d'un triangle isocèle supporte une médiane, une médiatrice, une bissectrice et une hauteur de ce triangle.
3. Les côtés opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
4. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
5. Les angles opposés d'un parallélogramme sont isométriques.
6. Les diagonales d'un rectangle sont isométriques.
7. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.
8. Si deux droites sont parallèles à une troisième, alors elles sont aussi parallèles entre elles.
9. Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, alors elles sont parallèles.
10. Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une d'elle est perpendiculaire à l'autre.
11. Trois points non alignés déterminent un et un seul cercle.
12. Toutes les médiatrices des cordes d'un cercle se rencontrent au centre de ce cercle.
13. Tous les diamètres d'un cercle sont isométriques.
14. Dans un cercle, la mesure d'un rayon est égale à la demi-mesure du diamètre.
15. Dans un cercle, le rapport de la circonférence au diamètre est une constante que l'on note π.
16. Des angles adjacents dont les côtés extérieurs sont en ligne droite sont supplémentaires.
17. Les angles opposés par le sommet sont isométriques.
18. Dans un cercle, l'angle au centre a la même mesure en degrés que celle de l'arc compris entre ses côtés.
19. Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les angles alternes-internes, alternes-externes et correspondants sont respectivement isométriques.
20. Dans le cas d'une droite coupant deux droites, si deux angles correspondants (ou alternes-internes ou encore alternes-externes) sont isométriques, alors ils sont formés par des droites parallèles coupées par une sécante.
21. Si une droite coupe deux droites parallèles, alors les paires d'angles internes situées du même côté de la sécante sont supplémentaires.
22. Dans un cercle, le rapport des mesures de deux angles au centre est égal au rapport des mesures des arcs interceptés entre leurs côtés.
23. Dans un disque, le rapport des aires de deux secteurs est égal au rapport des mesures des angles au centre.
24. La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180°.
25. La mesure d'un angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des mesures des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents.
26. Les éléments homologues de figures planes ou de solides isométriques ont la même mesure.
27. Les angles homologues des figures planes ou des solides semblables sont isométriques et les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.
28. Dans des figures planes semblables, le rapport entre les aires est égal au carré du rapport de similitude.

Annexe D : Pistes d'exploration – Séquence Sciences naturelles

Géométrie

- Le segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa mesure égale la moitié de celle du troisième côté.
- Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant des trois sommets.
- Deux triangles qui ont tous leurs côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un angle isométrique compris entre des côtés homologues isométriques sont isométriques.
- Deux triangles qui ont un côté isométrique compris entre des angles homologues isométriques sont isométriques.
- Des sécantes coupées par des parallèles sont partagées en segments de longueurs proportionnelles.
- Deux triangles qui ont deux angles homologues isométriques sont semblables.
- Deux triangles dont les mesures des côtés homologues sont proportionnelles sont semblables.
- Deux triangles possédant un angle isométrique compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles sont semblables.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.
- Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.
- Dans un triangle rectangle, le produit des mesures de l'hypoténuse et de la hauteur correspondante égale le produit des mesures des côtés de l'angle droit.
- Le segment joignant les milieux des côtés non parallèles d'un trapèze est parallèle aux bases et sa mesure égale la demi-somme des mesures des bases.
- Des figures planes sont isométriques si et seulement si tous leurs côtés et tous leurs angles homologues sont isométriques.
- Les mesures des côtés d'un triangle quelconque ABC étant proportionnelles au sinus des angles opposés à ces côtés, on a: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (Loi des sinus)
- L'aire S d'un triangle dont les côtés ont pour mesure a, b, et c est : $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p est le demi-périmètre du triangle. (Formule de Héron)

Optimisation

- De tous les polygones équivalents à n côtés, c'est le polygone régulier qui a le plus petit périmètre.
- De deux polygones convexes équivalents, c'est le polygone qui a le plus de côtés qui a le plus petit périmètre. (À la limite, c'est le cercle équivalent qui a le plus petit périmètre.)
- De tous les prismes rectangulaires de même aire totale, c'est le cube qui a le plus grand volume.
- De tous les solides de même aire totale, c'est la boule qui le plus grand volume.
- De tous les prismes rectangulaires de même volume, c'est le cube qui a la plus petite aire totale.
- De tous les solides de même volume, c'est la boule qui la plus petite aire totale.

Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques

MAT 1030 GEOMETRIE I, GR 10 ET 30

AUTOMNE 2006

Exercice 1

N.B. : Consignes pour les numéros 1 et 2.

- **Pour chaque énoncé dont il est question dans 1 et 2, répondre assez rapidement sans vouloir être très rigoureux ou précis. Allez-y plutôt intuitivement. Si après quelques brèves minutes vous n'avez pas d'idées claires, indiquez simplement que vous ne savez pas.**
- **Remettre vos réponses des numéros 1 et 2 au moniteur. Vos réponses seront utiles pour la suite du cours. (L.C.)**

1. **Géométrie euclidienne au premier cycle du secondaire** (Faire individuellement)
   Page 261 du programme (partie mathématiques) de premier cycle du secondaire du M.E.Q. (Voir le Plan de cours.)
   Pour chaque énoncé, indiquez :
   i. Selon vous, cet énoncé vous semble-t-il évident ? À peu près évident ? Surprenant ?
   ii. Justifiez votre réponse en donnant des arguments précis. Ces arguments peuvent être intuitifs ou reposer sur des connaissances précises.

2. **Géométrie euclidienne au second cycle du secondaire** (Faire individuellement)
   Page 207 du Document de travail du programme de mathématiques du second cycle du secondaire du M.E.Q. (Voir le Plan de cours.)
   Pour chaque énoncé de la section « Géométrie », indiquez :
   i. Selon vous, cet énoncé vous semble-t-il évident ? À peu près évident ? Surprenant ?
   ii. Justifiez votre réponse en donnant des arguments précis. Ces arguments peuvent être intuitifs ou reposer sur des connaissances précises.

3. Définir les termes suivants. (Conserver vos définitions, on les utilisera dans les prochains cours.)
   - Droite, segment, point, , angle, rapport, proportion, triangle, mesure d'un segment, mesure d'un angle, aire, surface, longueur, distance entre deux points, segments congruents, angles congruents.