Syllabus-cadre du cours MAT1026

Didactique de l'arithmétique au primaire

Session Automne 2012
Département de mathématiques (987-4186)

Équipe
Pr. Jean-François Maheux, coordonnateur (poste 3967 ; PK5825 ; maheux.jean-francois@uqam.ca)
Pr. Doris Jeannotte (poste 5265; PK5915; jeannotte.doris@uqam.ca)
Abderrahim Mikou (4186 ; mikou.abderrahim@uqam.ca)
Loïc Geeraerts (PK5418 ; geeraerts.loic@uqam.ca)

Site du cours: www.math.uqam.ca/maheuxjf/MAT1026-A2012.htm

Descriptif officiel du cours

Ce cours vise à préparer les étudiants à enseigner les diverses notions d'arithmétique prévues au préscolaire et au primaire tout en développant leur sens critique face à diverses tendances dans l'enseignement des mathématiques. Ce cours aborde les questions suivantes : le développement des concepts de nombres naturels, nombres entiers et nombres rationnels et des opérations sur ces nombres chez l'enfant de 4 à 12 ans ; l'apprentissage des différentes représentations (plus ou moins concrètes, imagées ou dessinées, symboliques) de ces nombres et des opérations sur ceux-ci ; les difficultés liées à l'apprentissage et l'enseignement de l'arithmétique; le rôle de l'erreur dans l'apprentissage et à l'enseignement de l'arithmétique ; l'élaboration de situations d'apprentissage en arithmétique ; exploration critique des principaux manuels scolaires en usage dans les écoles. Par la réalisation d'entrevues, les étudiants sont amenés à développer leur sens de l'observation des apprentissages numériques des élèves du préscolaire et du primaire. Par la participation à des jeux de rôles, ils sont amenés à développer des habiletés de questionnement et d'intervention.

Ce cours favorise le développement de certaines compétences professionnelles en enseignement. Spécifiquement, les compétences #3, 4, 5, 6 et 7, telles qu'énoncées par le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. La description de ces compétences peut être consultée dans la section Liens utiles sur le site Web suivant : www.cpfe.uqam.ca.

Compétences professionnelles à développer (en lien avec l'enseignement des mathématiques)

Compétence 3- Concevoir des situations didactiques pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques en fonction des compétences mathématiques et transversales visées par le programme de formation au préscolaire et au primaire, et en fonction de clientèles diverses

Composantes :

1. Connaître l'ensemble des compétences mathématiques et des compétences transversales à développer chez les élèves et faire preuve soi-même d'une certaine maîtrise de ces diverses compétences.
2. Connaître l'ensemble du contenu mathématique que les élèves devront mobiliser et être en mesure soi-même de mobiliser ce même contenu.
3. Percevoir à travers les mathématiques un moyen de développer des compétences transversales et de les appliquer dans des domaines de vie.
4. Percevoir à travers des situations de la vie des enfants du primaire des occasions de faire des mathématiques.
5. Accepter de se lancer sur des pistes mathématiques inconnues avec les élèves.
6. Recourir à différentes approches pédagogiques pour l'enseignement des mathématiques (pédagogie du projet, enseignement coopératif, résolution de situations-problèmes, ...)
7. Recourir au matériel didactique et aux NTIC dans l'enseignement des mathématiques en tant qu'instruments de découvertes pour les élèves, d'approfondissement de leur savoir et d'expression de leur savoir-faire

Compétence 4 - Piloter des situations didactiques pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques en fonction des compétences mathématiques et transversales visées par le programme de formation au préscolaire et au primaire, et en fonction de clientèles diverses

Composante :

1. Créer des conditions pour que les élèves s'engagent dans des situations-problèmes, des tâches ou des projets significatifs et mettre à leur disposition les ressources nécessaires à leur réalisation

Compétence 5 - Observer et évaluer le développement des compétences mathématiques et transversales, de même que l'acquisition des connaissances mathématiques chez les élèves

Composantes :

1. Être habile à repérer les lacunes dans les stratégies d'apprentissage et d'adaptation sociale des élèves en difficulté d'apprentissage ou de comportement
2. Élaborer des outils permettant de rendre compte de la progression des élèves dans le développement des compétences mathématiques et transversales et dans l'acquisition de connaissances mathématiques

Compétence 6 - Dans le contexte des mathématiques, adapter ses interventions pédagogiques aux besoins et caractéristiques d'élèves dans différents contextes: élèves présentant des difficultés d'apprentissage ou de comportement, élèves en classes multiprogrammes, élèves en milieu défavorisé...

Composantes :

1. Connaître les processus didactiques selon lesquels l'élève acquiert des connaissances et développe ses compétences mathématiques, développe ses habiletés et adopte les comportements pertinents
2. Travailler à partir des conceptions des élèves, de leurs erreurs, de leurs difficultés, etc.
3. Être habile à éveiller la curiosité des élèves, à les motiver à apprendre et à mettre à contribution leurs expériences

Compétence 7 - Planifier, organiser et superviser le fonctionnement d'un groupe-classe en vue de favoriser le développement des compétences transversales des élèves, dans le contexte des mathématiques

Composante :

1. Être habile à élaborer des stratégies d'enseignement qui favorisent l'exploitation de processus mentaux supérieurs (esprit d'analyse et de synthèse, capacité de résoudre des problèmes, d'établir des relations...), de même que l'intégration et l'interdépendance des savoirs et des expériences

Activités récurrentes

- Clarification et enrichissement des concepts mathématiques concernés ;
- Lectures de textes sur l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques ;
- Analyse de divers raisonnements d'élèves en mathématiques au primaire ;
- Familiarisation avec divers matériels de manipulation ;
- Observations et simulations d'interventions avec des élèves.

Séances d'exercices

Chaque bloque de cours de trois heures s'accompagne d'une heure de séance d'exercices. Ces séances ont pour objectifs de clarifier et approfondir ce qui a été vu en classe sur le plan des concepts mathématiques.

Calendrier (à titre indicatif)

Cours	Contenu	À remettre
1	Présentation du plan de cours L'intervention en mathématique au primaire Introduction au jeu de rôle	
2	Le concept de nombre Le programme de formation de l'école québécoise La progression des apprentissages	
3	La numération Jeu de rôle #1	
4	Les opérations La composition d'un problème Le matériel	*Remise du bilan réflexif #1*
5	Les opérations sur les décimaux Jeu de rôle #2	
6	Les situations problèmes Apprentissage et enseignement des algorithmes L'analyse d'erreurs	*Remise du bilan réflexif #2* *Remise du rapport d'entrevue*
7	Algorithmes d'addition et de soustraction Jeu de rôle #3	
8	Algorithmes de multiplication et de division Jeu de rôle #4	*Remise du bilan réflexif #3*
9	Apprentissage et enseignement des fractions Erreurs, matériel	*Remise du bilan réflexif #4*
10	Les opérations sur les fractions Jeu de rôle #5	
11	Les fractions : retour sur une question d'examen Synthèse	*Remise du bilan réflexif #5* *Remise du travail sur les situations*
12	*Examen*	

Évaluation

	Pondération	Compétences ciblées	Échéance
1) Travail sur d'entrevue auprès d'un enfant (en équipe de 2)	25 %	#4 et #5	Cours 6
2) Travail sur les situations problèmes (en équipe de 4)	25 %	#3, #5 et #6	Cours 11
3) Rapports sur les Jeux de Rôles (individuel).	20 %	#3, #4 et #6	Au cours suivant le Jeu de Rôles
4) Examen final (individuel)	30%	#3, #4, #5, #6 et #7	Cours 12 (dernier cours)

Note : la qualité du français (écrit et oral) est tenue en compte (10% du total)

Retard

Pour respecter l'équité à l'égard de la remise des travaux, un travail en retard sans entente préalable obtient la note 0.

Enregistrements en classe

Les enregistrements audio ou vidéo des cours, des conférences, des laboratoires, des séminaires ou tout autre événement d'enseignement ne sont autorisés qu'avec un accord écrit de l'enseignant (de l'auxiliaire d'enseignement le cas échéant) obtenu préalablement. Il est à noter que l'instructeur peut refuser d'accorder la permission d'enregistrer ou la révoquer à tout moment sans devoir fournir de justification. Enfin, tout matériel enregistré ne peut être utilisé que pour l'étude personnelle et ne doit donc pas être partagé, distribué, ou utilisé à quelque autres fins. Le non respect de cette exigence sera considéré comme un manquement académique de nature éthique.

Quelques références générales

Cerquetti-Aberkane, F., Rodriguez, A., Johan, P. (2001). *Les maths ont une histoire*. Paris : Hachette.
Biron, D (2009) *Développement de la pensée mathématique chez l'enfant*. Montréal: Les Éditions CEC
Boulet, G. et Francavila, M. (2007) *Math en mots*. Sherbrooke : Edition CRP
Dubois, C., Fénichel, M. & Pauvert, M. (1993). *Se former pour enseigner les mathématiques*. Paris: Armand Colin. 4 tomes.
Grignon, J. (1991). *Aide-mémoire mathématique*. Anjou: APAME.
Jonnaert, P. (2000). *Maya et Maïpo*. Les Éditions Loup de Goutière
Jonnaert, P. (2003). *Éric Abaque, le roi du boulier compteur*. Les Éditions Loup de Goutière
Kayler, H., Trudel, P. (2002). *De la théorie à la pratique : repères culturels en mathématiques*. Montréal : CEC.
Laflamme, J. (2004). *Leximath junior*. Laval : Beauchemin.
Pallascio, R., Labelle, G. (dir) (2000). *Mathématiques d'hier et d'aujourd'hui*. Montréal : Modulo.
Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire. Notes didactiques*. ERPI.
Van de Wall, J. et Lovin L.H. (2008). *L'enseignement des mathématiques*. ERPI. 3 tomes,

PLAGIAT : Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir :
www.integrite.uqam.ca

Quelques principes pour intervenir en mathématique

En didactique des mathématiques, l'intervention avec les élèves est généralement pensée (a) autour ou à partir des concepts ou processus mathématiques en jeu, et (b) dans un esprit de développement du potentiel de l'élève (et moins en termes « métacognitif » et dans un but de « remédiation »). Ceci est particulièrement important quand on veut intervenir sur ce qu'on identifie comme des erreurs ou des difficultés des élèves.

En deux mots, une « erreur » est, en fait, une *connaissance* de l'élève que l'on cherchera *à développer* (nuancer, raffiner, etc.) par un *travail mathématique* qui va donc *faire mettre en œuvre* ses connaissances *avec et par* l'élève.

Ceci ne signifie pas que les « explications » sont interdites! Mais si vous choisissez, à un certain moment, de présenter à un élève une définition ou une procédure, il importe de le faire
(a) en s'appuyant sur les connaissances de l'élève,
(b) en faisant sens du point de vue mathématique, et
(c) en sollicitant l'élève sur sa compréhension.

Une explication qui ne ferait qu'énoncer quelque chose que l'élève doit essentiellement retenir par cœur est peu utile à l'apprentissage en mathématiques.
Comment intervenir, alors?

Évidemment, il n'y a pas de « recette », pas de truc magique, et pas non plus nécessairement de « meilleure façon ». Ça dépend souvent du contexte, de l'élève, de soi-même, du matériel ou du temps disponible, des idées en jeu, etc. C'est sans doute la raison pour laquelle on dit parfois que l'enseignement est un art! Néanmoins, on peut se doter d'un *répertoire de manières de faire* afin de travailler avec les élèves. L'enjeu n'est certainement pas d'en apprendre la plus grande liste possible, mais de *s'en approprier* le mieux possible afin d'être en mesure de les utiliser en situation réelle!
C'est dans cet esprit que nous concevons ce document afin d'accompagner les activités du cours autour de l'intervention.

L'intervention

Voici donc quelques idées pour organiser une intervention :

- **Observer** l'enfant, le questionner, porter attention à ses mots, ses gestes, etc.
- **Comprendre** son approche, identifier son l'erreur, son raisonnement
- **Faire prendre conscience** à l'enfant de son erreur (en estimant, en le confrontant à un autre cas, en lui demandant de faire une preuve…), lui faire voir une limite, une contradiction (éviter de simplement lui dire que « ce n'est pas bon »)
- **Inviter** l'élève à procéder autrement pour qu'il travaille en donnant un sens à ce qu'il fait : lui demander comment il pourrait faire autrement, lui proposer une situation ou du matériel
- **Faire expliquer**, justifier par l'enfant sa démarche, son raisonnement, chacune de ses étapes
- **Mettre en lien**, en parallèle avec un contexte, un autre exemple, un dessin ou du matériel, une autre approche (plus efficace, plus claire, plus simple, venant d'un autre élève…) tout en poursuivant autant que possible dans la direction de l'enfant.
- **Revenir** à la situation initiale.
- **Ouvrir** à d'autres possibilités : est-ce qu'on aurait pu faire autrement? Ça fait penser à quel autre problème ou situation? Pourrait-il le faire avec d'autres nombres, une situation différente, un autre matériel?

Différent types de questions :

- Demander une **clarification**
  - Que veux-tu dire ?
  - Peux-tu préciser ?
  - As-tu un (autre) exemple ?
  - Peux-tu m'expliquer autrement ?
- Éveiller la **réflexion**
  - Qu'est-ce que tu en penses, toi ?
  - Comment est-ce différent de… ?
  - Qu'est-ce que tu sais là-dessus ?
  - Connais-tu un cas où ça ne marche pas ?
- Inviter à **l'exploration**
  - Essayons de trouver… on pourrait commencer par quoi ?
  - Comment on pourrait répondre à ça ?
  - Comment pourrait-on faire ? Comment savoir ?
  - Si on compare avec ceci, ça dit quoi ?
  - Est-ce que tu peux penser à d'autres questions du même genre ?
- Favoriser une pensée **divergente**
  - Peux-tu penser à une autre manière/réponse ?
  - Si c'est vrai, ça implique quoi ?
  - Si on compare avec ceci, ça nous dit quoi ?
  - Avec quoi d'autre peut-on comparer ?

Donner suite au questionnement :

- Reprendre les propos de l'élève, reformuler avec lui
- Faire élaborer sur les différences et les ressemblances avec ce qui a été dit avant
- Explorer de nouvelles pistes
- Garder l'attention sur la question initiale
- Explorer différentes manières de représenter le problème
- Explorer d'autres cas
- Faire appel à d'autre voix
- …

L'observation

La pratique, même en situation simulée, est fondamentale au développement de ces habiletés à intervenir auprès des élèves. Un autre élément est la dimension réflexive par rapport à l'action : qu'est-ce qui a bien ou moins bien marché? Qu'est-ce qu'on fait aisément ou plus difficilement? Pour y réfléchir et se donner des moyens d'améliorer ses interventions, le point de vue d'un observateur est souvent très utile… De même, il est très intéressant de se placer soi-même dans la peau d'un observateur et de suivre avec attention les interventions d'un collègue. Aurais-je agi de la même manière? Dans cet esprit, voici quelques suggestions pour guider vos observations :

Questions à se poser :

- Pourquoi fait-on ceci?
- Où veut-on en venir?
- Qu'aurais-je fait autrement?
- L'élève semble-t-il comprendre?
- Comment je pourrais poursuivre à partir de là?
- Etc.

Éléments d'observation :

- Qui est le plus actif, l'enseignant ou l'élève?
- Est-ce qu'on était à l'écoute de l'élève?
- Est-ce que l'intervention était bien ciblée (on travaille sur la bonne chose?)
- Est-ce que le langage était approprié?
- Quel matériel a été utilisé, et comment?
- Les questions posées étaient-elles « ouvertes » ou plutôt « fermées »?
- Est-ce qu'il y a eu des erreurs mathématiques, ou des éléments pas très clairs?

Le partage d'observation

Il est particulièrement formateur d'échanger sur vos interventions et vos observations. Pour ce faire, bon de prendre un temps pour *analyser la situation de départ*. Des questions utiles à cette étape sont :

- De quelle nature est la difficulté? Quelle est l'erreur ou le raisonnement de l'élève?
- Par quelle question ou situation pourriez-vous vous assurer de l'avoir bien identifié?
- Quels sont les contenus ou processus mathématiques en jeu? Les maîtrisez-vous bien?
- Quels contenus ou processus posent problèmes? Lesquels semblent acquis? Desquels seraient-ils nécessaires de vérifier la compréhension?
- Quels sont les interventions possibles?
- Quel matériel pourrait être utilisé? Pourquoi choisir l'un plutôt qu'un autre?
- Quels contextes, situations, nombres, opérations, etc. pourraient être évoqués, suggérés, proposés pour faire travailler l'élève?

Après coup, en plus d'échanger vos impressions, il sera utile de faire un petit bilan afin d'organiser le partage de vos interprétations de la situation et de vos observations. De bonnes questions sont alors :

- Quelle est la situation sur laquelle vous avez travaillé (contexte, difficulté, erreur ou raisonnement de l'élève)?
- Comment c'est fait l'intervention (piste empruntée, matériel utilisé, etc.)?
- Qu'est-ce qui est apparu comme « bons coups », comme difficulté, comme bonne ou mauvaise piste, etc.