ANALYSE I (MAT1013), HIVER 2013

Cours : mardi 11h-12h30, jeudi 9h-10h30, PK-R650
Sessions d'exercices : jeudi 10h30-12h30, PK-R650

Professeur : Vivien RIPOLL
Bureau : PK-4130
Téléphone : 514-987-3000 poste 6687
Courriel : vivien.ripoll@lacim.ca
Page internet du cours : http://www.math.ens.fr/~vripoll/enseignement.html#MAT1013

Démonstrateur (sessions d'exercices) : Jean-François BOSC

Description officielle :
Rappels sur les entiers et les nombres rationnels. Le caractère incomplet des rationnels. Notion de majorant, minorant, suprémum et infimum. Propriétés élémentaires des nombres réels. Suites convergentes et de Cauchy. Théorème de Bolzano-Weierstrass et conséquences. Ensembles ouverts, fermés, bornés et compacts dans R. Théorème des intervalles emboîtés. Théorème de recouvrement de Borel.

Définition des séries infinies, étude de leur convergence grâce à divers critères : Cauchy, D'Alembert, Leibniz, comparaison, etc. Convergence absolue et ses conséquences pour les réarrangements de séries. Étude de quelques séries remarquables : séries harmoniques, géométriques, etc.

Fonctions continues : définition et diverses caractérisations. Propriétés élémentaires des fonctions continues. Propriétés fondamentales : Atteinte du suprémum sur un ensemble compact, Théorème de la valeur intermédiaire et conséquences. Continuité uniforme.

Signification géométrique de la dérivée. Extrema et points d'inflexion, convexité et concavité. Théorème de Rolle et applications. Théorème des accroissements finis. Théorème de la fonction inverse. Formule de Taylor.

Objectifs du cours :
Établir les bases de l'analyse mathématique. Faire l'étude rigoureuse des fondements de la théorie des fonctions d'une variable réelle : construction des nombres réels, suites et séries numériques, continuité et dérivabilité de fonctions réelles. Les objets étudiés dans ce cours sont en apparence simples, la difficulté du sujet est plutôt de développer une aisance à démontrer de façon précise des résultats mathématiques souvent clairs intuitivement. On voudra comprendre comment ce sujet, de par sa méthode, est central aux mathématiques modernes.

Plan du cours :
Chapitre I : Les nombres réels
- I.1 Ensembles, applications, relations d'ordre, nombres entiers, Principe d'induction
- I.2 Les nombres rationnels et leur caractère incomplet
- I.3 Construction des réels et propriétés élémentaires
- I.4 Intervalles emboîtés
- I.5 Suites convergentes
- I.6 Théorème de Bolzano-Weierstrass
- I.7 Théorème de Recouvrement de Borel
- I.8 Ensembles fermés et ouverts dans $\mathbb{R}$

Chapitre II : Séries infinies
- II.1 Somme d'une série
- II.2 Séries à termes positifs
- II.3 Séries arbitraires et diverses notions de convergence

Chapitre III : Fonctions continues

III.1 Fonctions définies sur $\mathbb{R}$
III.2 Ensemble de points de discontinuité
III.3 Propriétés élémentaires et la classe des fonctions continues
III.4 Propriétés fondamentales de la continuité

Chapitre IV : Fonctions remarquables

IV.1 Fonctions linéaires
IV.2 Fonctions exponentielle et logarithmique
IV.3 Longueur d'arc
IV.4 Fonctions trigonométriques

Chapitre V : Fonctions dérivables

V.1 Définitions élémentaires et la classe des fonctions dérivables
V.2 Propriétés de la dérivée
V.3 Théorème de Taylor et fonctions infiniment dérivables

Page web du cours et courriel

- La consultation régulière de la page web du cours (`http://www.math.ens.fr/~vripoll/enseignement.html#MAT1013`) est obligatoire. Plusieurs documents, consignes, et informations y seront disponibles sans être nécessairement distribués en classe.
- Votre adresse de courriel normalisée de l'UQÀM (...@courrier.uqam.ca) est la seule qui sera utilisée pour communiquer avec vous. Vous avez la responsabilité de la consulter régulièrement.
- Vous pouvez communiquer avec moi par courriel (`vivien.ripoll@lacim.ca`). Pensez à donner un titre clair et explicatif à vos messages, et à poser des questions précises. Évitez les questions de dernière minute, il faut compter un délai raisonnable de 48 heures ouvrables pour la réponse.
- Le démonstrateur Jean-François Bosc aura 2h de disponibilité par semaine pour les étudiants de ce cours. Il est également possible de me demander un rendez-vous à mon bureau.

Ouvrages de référence

Nous suivrons globablement les notes de cours Analyse réelle I d'Olivier Collin (pdf à télécharger sur la page web du cours). Il n'y a pas de manuel obligatoire à acheter pour suivre le cours. Par contre il pourra être utile d'avoir un manuel de référence complémentaire pour faire de nombreux exercices et avoir un point de vue complémentaire. Voici deux suggestions :

J. Labelle, A. Mercier, *Introduction à l'analyse réelle*, Ediscience, Montréal (1999). Disponible à la librairie.

M. Spivak, *Calculus*, Cambridge University Press (2006).

Sur internet, vous pouvez aussi trouver de nombreuses références. On pourra consulter avec intérêt les notes de cours de Michèle Audin et Olivier Debarre (en lien sur la page web du cours), ainsi que les compléments de cours des professeurs de MAT1013 des années précédentes (Christophe Reutenauer ; Fernand Beaudet ; documents téléchargeable à partir de la page web du cours).

Remarques importantes :

- Les présences au cours ne sont pas comptabilisées. Cependant, le contenu des cours, bien que suivant le plan du recueil de notes, sera augmenté d'explications et d'exemples supplémentaires. Si vous manquez un cours, assurez-vous de demander les notes de cours à un collègue de classe, et de vérifier les mises à

jour de la page web du cours.

- Les notes de cours distribuées aideront les étudiants à suivre lors des séances de cours magistral et on s'attend donc à une participation active des étudiants en classe. Il sera également impératif de travailler par soi-même la matière présentée à l'extérieur des heures de cours pour en saisir complètement l'essence.

- Les sessions d'exercices sont partie intégrante du cours ; préparer les exercices demandés et assister à ces séances est essentiel pour votre formation et votre compréhension du cours. On ne peut pas apprendre les Mathématiques simplement en les lisant, il faut les *faire*. Si vous manquez une session d'exercices, assurez-vous de demander les corrigés à un collègue de classe, et à vérifier mises à jour de la page web du cours.

- Ce cours est difficile. N'attendez pas plusieurs semaines après le début de la session pour commencer à travailler la matière.

Circonstances particulières

Si vous vivez des circonstances particulières (problèmes de santé, problèmes d'apprentissage, dyslexie, etc.), veuillez m'en aviser le plus tôt possible. Plusieurs services de l'UQÀM peuvent être mis à contribution afin de vous aider.

Évaluation proposée :

- *Quizz (4 à 6 brèves interrogations écrites), pour un total de 10% de la note finale (Addendum : on ne pas comptabilisera pas la note la plus faible des quizz).*
  Donnés au début de certaines séances d'exercices, chacun d'une durée environ 15-30 min. Une absence non justifiée (médicalement) à un quizz se soldera par la note 0. Les dates des quizz seront annoncées au plus tard une semaine à l'avance.

- *2 devoirs : 7.5% chacun, soit 15% au total.*
  Une copie par élève devra être rendue. Si vous travaillez à plusieurs, prenez soin à ce que votre copie soit tout de même clairement personnelle. La copie rendue devra être manuscrite. Le premier devoir sera distribué le 24 janvier, et sera à rendre le 7 février. Le second sera distribué le 21 février et sera à rendre le 12 mars (dates non contractuelles, pouvant être modifiées). Si un devoir n'est pas rendu à la date demandée, sa note est diminuée de 15% par jour de retard.

- *Examens intra (2) : maximum 25% et minimum 15%.*
  Dates : **mardi 19 février 2013** et **mardi 2 avril 2013**. Durée 2h, de 10h30 à 12h30. Le premier portera sur tout le cours depuis le début de l'année, le second sur la partie du cours depuis le premier intra.

- *Examen final : 35%.*
  Il aura lieu le **jeudi 25 avril 2013** (durée 3h, de 9h30 à 12h30) et portera sur l'intégralité du programme.

Aucun document n'est permis pour les examens. Toute absence à une évaluation en classe équivaut à un échec de cette évaluation, sauf en cas de force majeure. Dans ce cas, vous devrez fournir une pièce justificative et rattraper l'évaluation manquée.

PLAGIAT – Règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18.

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : `www.integrite.uqam.ca`.