Université du Québec à Montréal Hiver 2009

Département de mathématiques

PLAN DE COURS – MAT 1011

L'activité mathématique

Équipe responsable:

Caroline Lajoie, coordonnatrice (poste 7632) (PK-5640) Lajoie.Caroline@uqam.ca

Jérôme Proulx (poste 3218) Proulx.jerome@uqam.ca

Francine St-Hilaire (poste 1699) (PK-5230) St-Hilaire.Francine@uqam.ca

Stéphane Cyr (poste 4475) (PK5840) Cyr.Stephane@uqam.ca

Descripteur du cours

Les objectifs de ce cours sont de: développer chez la future enseignante et le futur enseignant du primaire une vision large des mathématiques; examiner leur perception des mathématiques, ainsi que la relation qu'ils entretiennent avec cette discipline; développer les compétences mathématiques suivantes dans un contexte de réalisation adapté à de futurs maîtres: résoudre une situation-problème, raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques, et enfin communiquer à l'aide du langage mathématique. En ce sens, la compétence professionnelle développée à l'intérieur de ce cours est : « Agir en tant que professionnelle ou professionnel héritier, critique et interprète d'objets de savoirs ou de culture dans l'exercice de ses fonctions » (compétence 1 du référentiel de compétences professionnelles promues par le programme EPEP). Parmi les contenus étudiés, une importance est accordée à l'utilisation de l'ordinateur dans l'activité mathématique et au développement historique des mathématiques du primaire: histoire des systèmes de numération, origine des géométries, controverses autour de la construction des nombres (irrationnels, négatifs…), développement de la notation décimale...

Objectifs spécifiques

1. Établir des liens articulés entre les différents concepts mathématiques élémentaires et entre les domaines mathématiques (ex: la mesure d'une surface rectangulaire et la multiplication; arithmétique & géométrie; géométrie & mesure...).
2. Posséder des notions historiques concernant l'émergence de certains domaines (ex: géométrie) ou concepts (ex: nombres irrationnels) mathématiques, et percevoir que l'histoire continue (ex: fractals).
3. Se convaincre du caractère évolutif et instrumental des mathématiques, par une pratique soutenue d'une résolution de problèmes mathématiques: évolution des conceptions des mathématiques, nécessité d'un savoir-communiquer...
4. Se convaincre de la nécessité d'asseoir toute connaissance mathématique sur une connaissance empirique, avant de chercher à intellectualiser cette connaissance, par l'utilisation de différents instruments (ordinateur, calculatrice, lexique mathématique, matériel de manipulation...).
5. Développer une connaissance rationnelle des concepts mathématiques élémentaires, par une pratique raisonnée de la résolution de problèmes mathématiques (justification, preuve, démonstration...).
6. Par des activités qui demandent l'usage de mathématiques, développer sa motivation et la confiance en soi, y compris dans des activités insécurisantes, déstabilisantes ou difficiles.
7. Développer des comportements métacognitifs: attention, vérification (ou contrôle), planification, régulation..., par des activités mathématiques qui impliquent une réflexivité.

Séquence des rencontres

Le cours MAT1011 tourne autour de plusieurs thèmes : résolution de problèmes (aspects théoriques et pratiques), probabilités (en particulier par les simulations), arithmétique (histoire des nombres, calculs dans différentes bases, algorithmes divers), géométrie (géométries euclidiennes et non euclidiennes).

Des séances obligatoires d'exercices sont programmées, sous la responsabilité d'un(e) auxiliaire d'enseignement, qui peut être l'enseignant(e).

Approches pédagogiques

En cohérence avec le nouveau *Programme de formation de l'école québécoise* (2000) offert dans les écoles primaires et secondaires, nous avons retenu les mêmes compétences mathématiques et transversales que celles le constituant. Seuls les contextes de réalisation sont modifiés, de même que les contenus spécifiques. En effet, il est impératif que le personnel enseignant possède des compétences plus étendues concernant les mathématiques élémentaires, que celles qui sont prescrites en fonction des contextes de réalisation édictés dans le programme de formation du primaire. Les domaines mathématiques demeurent cependant les mêmes qu'au primaire: l'arithmétique, la géométrie et la probabilité.

Ces trois grands domaines des mathématiques élémentaires sont répartis dans autant de "modules", de même qu'un module plus général portant sur la résolution de problèmes mathématiques. Chaque module sera offert selon des modalités pédagogiques différentes: atelier de résolution de situations-problèmes, simulations, pédagogie du projet, approche philosophique, apprentissage en coopération, laboratoire de TIC... L'intention est de vivre des activités mathématiques selon des modes pédagogiques diversifiés et de permettre à la future enseignante et au futur enseignant d'en apprécier les possibilités didactiques variées.

Dans la mesure du possible, seront intégrés aux différents modules: des informations sur le développement historique de concepts mathématiques, le recours à certains logiciels et au réseau Internet, la prise en considération des dimensions métacognitive et affective dans l'apprentissage des mathématiques, de même que des liens intradisciplinaires et interdisciplinaires avec d'autres savoirs.

Références générales

En coll. (2008). *L'activité mathématique.* MAT 1011. Recueil de notes de cours. Coop-Sciences, UQAM. Note: document **obligatoire**.

Baruk, Stella (1992). *Dictionnaire de mathématiques élémentaires.* Paris: éd. du Seuil.

Grignon, Jean. *Aide-mémoire mathématique.* Anjou: APAME.

Mason, John (1994). *L'esprit mathématique.* Mont-Royal: Modulo.
Note: document **recommandé**, disponible à la Coop-Sciences.

Mathieu, Pierre et al. (1989). *Lexique mathématique pour tous.* Montréal: éd. du Triangle d'Or.

Pallascio, Richard (1982). *Simulations.* Mont-Royal: Modulo.

Pallascio, R. et Labelle, G.(dir.) (2000). *Mathématiques d'hier et d'aujourd'hui.* Mont-Royal : Modulo.

Évaluation sommative des activités du MAT1011

Note: la qualité du français sera évaluée lors de la correction des examens et des travaux jusqu'à concurrence de 10%.

Activités individuelles	**Pondération**	**Échéance**
1. Examen intra semestriel (1 feuille 8 1/2 x 11 recto - verso permise)	25 %	cours 8
2. Cahier de bord de 12 problèmes sélectionnés *	25 %	
3. Examen final (1 feuille 8 1/2 x 11 recto - verso permise)	30 %	cours 15

Activités d'équipe	**Pondération**	**Échéance**
4. Rapport de projet en géométrie, arithmétique ou probabilité	20 %	Cours 14

Calendrier (à titre indicatif seulement)

Cours 1: syllabus; entente d'évaluation; arithmétique
Cours 2: arithmétique
Cours 3: arithmétique
Cours 4: arithmétique
Cours 5: résolution de problèmes
Cours 6: résolution de problèmes
Cours 7: résolution de problèmes
Cours 8: examen intra semestriel
Cours 9: probabilités
Cours 10: probabilités
Cours 11: géométrie
Cours 12: géométrie
Cours 13: géométrie
Cours 14: géométrie; remise du rapport de projet
Cours 15: examen final

* Les **cahiers de bord** de problèmes résolus comprennent les traces écrites de problèmes sélectionnés. Les critères d'évaluation sont:

1) Organisation matérielle: forme (ex : table des matières), clarté, table des matières ou signets...
2) Manifestations réfléchies et détaillées de remarques de nature **cognitive** concernant les connaissances mathématiques construites ou reconstruites, de processus de résolution de problèmes identifiés, de résultats mathématiques obtenus...
3) Manifestations réfléchies et détaillées de remarques de nature **métacognitive** concernant la connaissance de ses ressources personnelles, de celles des autres, des ses habiletés dans la planification, le contrôle et la régulation de son activité mathématique... [entre crochets]
4) Manifestations réfléchies et détaillées de remarques de nature **affective** concernant la confiance en soi, les mythes et préjugés à l'égard des mathématiques, les attributions de ses succès ou échecs, de l'anxiété ressentie... *entre astérisques*

MAT1013: ANALYSE I - HIVER 2009

gr 20

Professeur : Olivier Collin
Horaire : Mardi et Jeudi 13h30-15h + Travaux pratiques Jeudi 15h-17h
Local de cours : SH-3580
Bureau : PK-5340
Tél : 987-3000 poste 3398
Courriel : collin.olivier@uqam.ca

Description officielle :
Rappels sur les entiers et les nombres rationnels. Le caractère incomplet des rationnels. Notion de majorant, minorant, suprémum et infimum. Propriétés élémentaires des nombres réels. Suites convergentes et de Cauchy. Théorème de Bolzano-Weierstrass et conséquences. Ensembles ouverts, fermés, bornés et compacts dans $\mathbb{R}$. Théorème des intervalles emboîtés. Théorème de recouvrement de Borel.
Définition des séries infinies, étude de leur convergence grâce à divers critères : Cauchy, D'Alembert, Leibnitz, comparaison, etc. Convergence absolue et ses conséquences pour les réarrangements de séries. étude de quelques séries remarquables : séries harmoniques, géométriques, etc.
Fonctions continues : définition et diverses caractérisations. Propriétés élémentaires des fonctions continues. Propriétés fondamentales : Atteinte du suprémum sur un ensemble compact, Théorème de la valeur intermédiaire et conséquences. Continuité uniforme.
Signification géométrique de la dérivée. Extrema et points d'inflexion, convexité et concavité. Théorème de Rolle et applications. Théorème des accroissements finis. Théorème de la fonction inverse. Introduction à l'intégration des fonctions réelles.

Objectifs du cours :
Etablir les bases de l'Analyse mathématique. Faire l'étude rigoureuse des fondements de la théorie des fonctions d'une variable réelle : construction des nombres réels, suites et séries numériques, continuité, différentiation et intégration de fonctions réelles. Les objets étudiés dans ce cours sont en apparence simples, la difficulté du sujet est plutôt de développer une aisance à démontrer de façon précise des résultats mathématiques souvent clairs intuitivement. On voudra comprendre comment ce sujet, de par sa méthode, est central aux Mathématiques modernes.

Plan de cours :

Chapitre I : Les nombres réels
- I.1 Ensembles, applications, relations d'ordre, nombres entiers
- I.2 Les nombres rationnels et leur caractère incomplet
- I.3 Construction des réels et propriétés élémentaires
- I.4 Intervalles emboîtés
- I.5 Suites convergentes
- I.6 Théorème de Bolzano-Weierstrass
- I.7 Théorème de Recouvrement de Borel
- I.8 Ensembles fermés et ouverts dans $\mathbb{R}$

Chapitre II : Séries infinies
- II.1 Somme d'une série
- II.2 Séries à termes positifs
- II.3 Séries arbitraires et diverses notions de convergence

Chapitre III : Fonctions continues
- III.1 Fonctions définies sur $\mathbb{R}$
- III.2 Ensemble de points de discontinuité
- III.3 Propriétés élémentaires et la classe des fonctions continues
- III.4 Propriétés fondamentales de la continuité

Chapitre IV : Fonctions remarquables
- IV.1 Fonctions linéaires
- IV.2 Fonctions exponentielle et logarithmique
- IV.3 Longueur d'arc
- IV.4 Fonctions trigonométriques

Chapitre V : Différentiation
- V.1 Définitions élémentaires et la classe des fonctions dérivables
- V.2 Propriétés de la dérivée
- V.3 Théorème de Taylor et fonctions infiniment dérivables

Chapitre VI : Introduction à l'intégration
- VI.1 Fonctions escalier et notion de raffinement
- VI.2 Définition de l'intégrale de Lebesgue et propriétés élémentaires
- VI.3 Intégration des fonctions continues et Théorème fondamental du calcul
- VI.4 La classe des fonctions intégrables sur $\mathbb{R}$

Ouvrages de référence :
Des notes de cours couvrant tous les chapitres - environ 150 pages - seront distribuées en format PDF au cours de la session. Le cours magistral s'appuiera essentiellement sur ces notes, si bien qu'il n'y a pas de manuel obligatoire à acheter pour suivre le cours. Voici cependant une liste d'ouvrages de référence qui ont été mis en réserve à la bibliothèque des Sciences de l'UQAM et qui pourront être utiles comme lectures complémentaires ou approfondies :

M. Spivak, *Calculus*, Publish or Perish, Houston (1984)

J. Labelle, A. Mercier, *Introduction à l'analyse réelle*, Ediscience, Montréal (1999)

W. Rudin, *Principes d'Analyse mathématique*, Dunod, Paris (2002)

H. A. Priestley, *Introduction to integration*, Oxford University Press, Oxford (1997)

Remarques importantes :

(1) Les notes de cours distribuées aideront les étudiants à suivre lors des séances de cours magistral et le professeur s'attend donc à une participation active des étudiants en classe. Il sera également impératif de travailler par soi-même la matière présentée à l'extérieur des heures de cours pour en saisir complètement l'essence.

(2) Les divers exercices donnés à résoudre font partie intégrante du cours : on ne peut apprendre les Mathématiques qu'en les lisant, il faut les *faire*. En particulier la présence aux séances de travaux pratiques est très fortement conseillée.

(3) Ce cours est difficile. N'attendez pas plusieurs semaines après le début de la session pour commencer à travailler la matière.

Evaluation proposée :

(1) Devoirs (3) comptant pour un total de 15% de la note finale

(2) Examens intra (2) (**Jeudi 19 Février 2009** et **Jeudi 26 Mars 2009**) : maximum 30% et minimum 15%

(3) Examen final (**Jeudi 30 Avril 2009**) cumulatif comptant pour 40% de la note finale

Il est proposé que si la performance d'un étudiant ou une étudiante à l'examen final est spectaculaire (note intra minimum + 25 points ou mieux), le final comptera alors pour 50% de la note finale (et l'intra minimum seulement 5%).

Heures de consultation : Mardi 15h-17h ou sur rendez-vous