MAT3500 : Séminaire
Professeur : Olivier Collin, Bureau : PK-5340, Courriel : collin.olivier@uqam.ca
Horaire : Lundi et Mardi 11h-12h30
Heures de disponibilité : Sur rendez-vous, entre 9h et 12h et lundi ou mercredi matin.

Objectifs du cours : Le but de ce cours est de faire l'étude de la théorie élémentaire des courbes algébriques dans le plan projectif. Ceci constitue une jolie application de savoirs algébriques à des problèmes géométriques dont les fondements remontent à plus de trois siècles, avec comme point culminant le Théorème de Bézout établissant que deux courbes algébriques de dégrés respectifs m et n s'intersectent $m \cdot n$ fois dans $\mathbb{C}P^2$. On peut par ailleurs voir ce cours comme une introduction élémentaire à la géométrie algébrique, précédent l'introduction des notions générales de variétés algébriques, schémas ainsi que les méthodes cohomologiques qui pourront être vues au niveau Maîtrise.

Pré-requis : MAT2400 Géométries. On supposera une certaine familiarité avec la notion d'espace projectif ainsi que les bases de la théorie des anneaux.

Plan de cours :

Chapitre I : Courbes algébriques : exemples et motivation
- I.1 Plans affine et projectif et leurs transformations.
- I.2 Premiers exemples de courbes algébriques, coniques et cubiques.

Chapitre II : Interlude d'Algèbre
- II.1 Décomposition de polynômes.
- II.2 Un outil important : le résultant de deux polynômes.

Chapitre III : Théorie élémentaire des courbes algébriques.
- III.1 Courbes affines et courbes projectives.
- III.2 Composantes irréductibles d'une courbe algébrique, notion de diviseur.
- III.3 Multiplicité d'intersection entre une courbe et une droite.
- III.4 Singularités et notion d'ordre d'un point sur une courbe.

Chapitre IV : Théorie de l'intersection des courbes algébriques

IV.1 Multiplicité d'intersection et Théorème de Bézout.
IV.2 Borne supérieure sur le nombre de points singuliers.
IV.3 Points d'inflexion d'une courbe algébrique.
IV.4 Une approche axiomatique de la multiplicité d'intersection.
IV.4 Quelques résultats classiques de Géométrie projective.

Chapitre V : Sujets spéciaux

Selon le temps disponible on abordera certains des sujets suivants lors d'exposés magistraux ou de présentations faites par les étudiants : systèmes linéaires de courbes, courbes rationnelles, courbes duales et formules de Plücker, courbes elliptiques, formule du genre, inégalité de Harnack, Nullstellensatz de Hilbert.

Ouvrages de référence :

G. Fischer, *Plane Algebraic Curves*, American Mathematical Society Press.

C. Gibson, *Elementary Geometry of Algebraic Curves*, Cambridge University Press.

E. Brieskorn, H. Knorrer, *Plane Algebraic Curves*, Birkhauser.

R. Walker, *Algebraic Curves*, Princeton University Press.

F. Kirwan, *Complex Algebraic Curves*, Cambridge University Press.

Evaluation proposée : Voir entente d'évaluation.