# MAT993Y-030

Plan de cours

Positivité en géométrie complexe - Hiver 2026

**Professeur : Julien Keller**
Email : keller.julien.3@uqam.ca

**Objectifs du cours.** L'objectif de ce cours est d'étudier sous différents aspects la notion de positivité des fibrés vectoriels holomorphes au-dessus de variétés complexes et en particulier de discuter des avancées récentes autour de la conjecture de positivité de Griffiths. Certaines de ces notions, notamment pour les fibrés en droites sont classiques, et mais le cas des fibrés vectoriels de rang supérieur reste mystérieux.

**Contenu des apprentissages.**

(1) Positivité des fibrés en droites, amplitude et théorème de plongement de Kodaira, théorèmes d'annulations de la cohomologie. Théorème de densité de Yau-Tian-Zelditch, théorème de Calabi-Yau, métriques équilibrées associées aux métriques de Calabi-Yau.

(2) Critère de Nakai-Moishezon et généralisations, caractérisation numérique du cône Kähler. Cônes nef, pseudo-effectif, big. Volume d'une classe big et équations de Monge-Ampère dégénérées.

(3) Applications : faisceaux d'idéaux multiplicateurs, étude de l'équation Kähler-Einstein sur une variété Fano, étude de l'équation d'Hermite-Yang-Mills déformée (dHYM) au-dessus d'une surface.

(4) Positivité et amplitude pour des fibrés vectoriels de rang quelconque. Exemples concrets de fibrés amples, caractérisation des fibrés amples au-dessus d'une courbe par Hartshorne. Correspondance de Kobayashi-Hitchin. Conjecture de Griffiths et preuve d'Umemura dans le cas de fibrés au-dessus des courbes.

(5) Équation de Monge-Ampère (généralisée aux fibrés vectoriels), relation avec les équations de Yang-Mills et la stabilité de Gieseker.

Le contenu des apprentissages pourrait être révisé en fonction des centres d'intérêt des personnes étudiantes et de leurs connaissances initiales en géométrie complexe.

**Evaluation.**

| **Outils d'évaluation** | **Pondération** | **Date** |
|---|---|---|
| Présentation orale sur un sujet avancé<br>avec texte écrit de quelques pages remis à l'avance | 50 % | 10 mars 2026 |
| Présentation orale sur un sujet avancé<br>avec texte écrit de quelques pages remis à l'avance | 50 % | 28 avril 2026 |

**Horaires/Lieux.**
Les informations sont disponibles sur cette page : https://etudier.uqam.ca/cours?sigle=MAT993Q#20221.

## Références


[1] Z. Blocki, *The Calabi-Yau theorem*, http://gamma.im.uj.edu.pl/~blocki/publ/ln/tln.pdf Lecture notes given at Toulouse, 2005

[2] J-P. Demailly. *Complex Analytic and Differential Geometry* et *Analytic Methods in Algebraic Geometry*, voir https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~demailly/documents.html.

[3] P. Griffiths, *Hermitian differential geometry, Chern classes, and positive vector bundles* . Global Analysis, Papers in Honor of K. Kodaira, 185-251. Princeton Univ. Press, 1969. https://publications.ias.edu/sites/default/files/hermdiffgeometrychern.pdf

[4] P. Griffiths, J. Harris. *Principles of algebraic geometry*. Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], New York, 1978. Pure and Applied Mathematics

[5] R. Hartshome, *Ample vector bundles*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math., 29, (1966), 63-94. https://www.numdam.org/item/PMIHES_1966__29__63_0.pdf

[6] D. Huybrechts, *Complex geometry - An introduction*, Springer-Verlag, Universitext, 2004

[7] S. Kobayashi, *Differential Geometry of Complex Vector Bundles*, Princeton University Press, Iwanami Shoten, Tokyo, 1987

[8] R. Lazarsfeld, *Positivity in Algebraic Geometry I & II*, Springer, 2004

[9] C. Mourougane, *Amplitude et positivité des fibrés vectoriels holomorphes* https://perso.univ-rennes1.fr/christophe.mourougane/recherche/autres/kyoto.2005.pdf

[10] X. Ma, G. Marinescu, *Holomorphic Morse Inequalities and Bergman Kernels* (Progress in Mathematics), Birkhäuser, 2007

[11] Y-T. Siu, *Lectures on Hermitian-Einstein Metrics for Stable Bundles and Kähler-Einstein Metrics*, http://people.math.harvard.edu/~siu/siu_reprints/dmv_book.pdf DMV seminar, 1987

[12] G. Székelyhidi, *An Introduction to Extremal Kahler Metrics* (Graduate Studies in Mathematics), AMS 2014

[13] C. Voisin. *Théorie de Hodge et géométrie algébrique complexe*, volume 10 of Cours Spécialisés. Société Mathématique de France, Paris, 2002

[14] F. Zheng, *Complex Differential Geometry*, AMS/IP studies in Advances Math (2002)