MAT 7410 – Groupes et algèbres de Lie

Professeur : Vestislav Apostolov
Bureau : PK 5240
e-mail : apostolov.vestislav@uqam.ca

Session : Hiver 2025

Heures de cours :
Mardi: 09h00 –12h00, PK-5677

Évaluation : La note finale sera calculée à partir de 3 devoirs (20 % sur chacun) et un exposé oral sur un sujet complémentaire au cours.

PLAN DE COURS

1. **Groupes de Lie :** Groupes de Lie et leurs algèbres de Lie ; exemples de base – groupes de Lie classiques ; homomorphismes ; sous-groupes ; revêtements ; groupes de Lie simplement connexes ; l'application exponentielle ; homomorphismes continus ; sous-groupes fermés ; la représentation adjointe ; formes bi-liniéaires invariantes.

2. **Algèbres de Lie :** Idéaux, homomorphismes et représentations ; algèbres de Lie résolubles et nilpotentes : théorème d'Engel ; algèbres de Lie semi-simples : théorèmes de Lie et de Cartan, forme de Killing, répresentations completement réductibles, décomposition des espaces des racines ; classification des algèbres de Lie simples ; algèbres de Lie réductives et formes compactes.

Références : Les notes seront en principe suffisantes. Il y a une immense littérature sur le sujet. On pourra par exemple consulter les livres suivants :

Groupes de Lie :

1. F. Warner, *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*. Springer-Verlag.
2. S. Helgason, *Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces*, AMS.
3. S. Kobayshi and Numizu, *Foundations of Differential Geometry*, Vol. I,II, Interscience Pub.
4. C. Chevalley, *Theory of Lie groups I*, Princeton University Press.

Algèbres de Lie et la théorie des représentations :

5. J. Humphreys, *Introduction to Lie Algebras and representation theory*, Springer Verlag.
6. W. Fulton and J. Harris, *Representation Theory*, Springer-Verlag.

Groupes de Lie linéaires :

7. W. Rossmann, *Lie Groups*, Oxford Graduate Texts in Mathematics, Vol. 5.

Préparatifs :

8. A. Kostrikin, Y. Manin, *Linear algebra and geometry*. Gordon and Breach Science Publishers (ISBN: 90-5699-049-7).
9. F. Warner, *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*. Springer-Verlag.