Université du Québec à Montréal

Case postale 8888, succursale Centre-Ville
Montréal (Québec) Canada
H3C 3P8

Mat3560 : Géométrie différentielle
Professeur : Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
Horaire : Lun 13h30-15h et Mer 15h30-17h salle PK-5333
Heures de disponibilité : Sur rendez-vous, de préférence les jours de cours.

Introduction

Ce cours constitue une première introduction aux méthodes de calcul différentiel pour l'étude des variétés dans le contexte particulier des courbes et des surfaces. Nous utiliserons des techniques d'algèbre linéaire et d'analyse dans un contexte géométrique. Il y a de nombreuses façons d'aborder cette matière et nous allons ici privilégier l'utilisation des formes différentielles telles que développées dans le cours MAT2410 *Calcul des formes différentielles.*

Prérequis et travail requis

La matière rencontrée dans le cours MAT2410 est requise pour ce cours, mais nous effectuerons le lien au besoin. On admettra par ailleurs sans preuves certains résultats d'Analyse dans $\mathbb{R}^n$.
Pour bien saisir les idées présentées, l'étudiant ou l'étudiante doit s'attendre à travailler efficacement pendant *au moins 3 heures* par semaine à l'extérieur des heures de cours.

Plan de cours

Chapitre I : Théorie locale des courbes différentiables
- Définitions de base et exemples.
- Paramétrisation, reparamétrisation, longueur d'arc.
- Théorème de Frenet-Serret et quelques corollaires.
- Théeorème fondamental d'existence et d'unicité des courbes.
- Formes différentielles, dérivées covariantes et équations structurelles.

Chapitre II: Théorie globale des courbes différentiables
- Indice de rotations des courbes planes.
- Courbes convexes.
- Inégalité isopérimétrique.
- Théorème des quatre sommets.
- Théorème de Fary-Milnor.

L'UQAM
une force
novatrice

Chapitre III : Théorie des surfaces
- Calcul différentiel sur les surfaces et intégration.
- Propriétés topologiques des surfaces.
- Formes fondamentales, application de Weingarten, courbures, Theorema Egregium de Gauss.
- Surfaces à courbure constante.
- Les équations de structure de Cartan, Gauss et Codazzi.
- Isométries et théorème fondamental des surfaces.
- Quelques résultats globaux.

Chapitre IV (selon le temps disponible) : Introduction à la géométrie riemannienne
- Métriques riemanniennes, distance et courbure.
- Dérivée covariante et géodésiques sur une surface.
- Théorème de Gauss-Bonnet et applications.

Liste de références bibliographiques:
Aucun texte ne semble couvrir toute la matière, mais les livres ci-dessous seront utiles chacun à sa manière. Ils seront en réserve à la bibliothèque. Les notes prises au cours seront essentielles à la compréhension de la matière.

(1) B. O'Neill, *Elementary differential geometry*, Academic Press, (1997).
La qualité principale de ce livre est de présenter le sujet de façon moderne, ce qui mènera plus tard l'étudiante, l'étudiant à mieux voir les liens avec les sujets plus avancés (variétés différentiables et riemanniennes).

(2) M. Berger, B. Gostiaux, *Géométrie différentielle : variétés, courbes et surfaces*, PUF (1987)
D'un niveau général plus avancé, pouvant servir pour un cours de maîtrise, il contient néanmoins de très bons chapitres pour ce cours, quoique parfois un peu brefs.

(3) M. Do Carmo, *Differential geometry of curves and surfaces*, Academic Press, (1976)
C'est la référence classique pour le sujet, le seul défaut relatif étant qu'il omet des aspects plus modernes que l'on couvrira dans le cours.

Evaluation proposée: 2 Devoirs comptant pour total de 25% , 2 Examens de 3h comptant pour total de 65% (Max 40% Min 25%) et 10% pour participation active au cours.