MAT 3250 : Algèbre linéaire III

Personne enseignante : Monica Garcia,
Courriel : garcia_gallegos.monica_del_rocio@uqam.ca
Horaire : Mardi 11h00 – 12h30 et Jeudi 9h00 – 10h30,
Heures de disponibilité : jeudi après le cours ou sur rendez-vous

Introduction

Le programme de ce cours comprend des compléments d'algèbre linéaire. Nous adopterons une approche plus abstraite des notions apprises en Algèbre linéaire I et II, et nous donnerons une introduction à la théorie des modules.

Pré-requis

MAT2250 — Théorie des groupes et MAT2260 — Théorie des anneaux (ce dernier ayant lui-même MAT1260 Algèbre linéaire II comme préalable).

Plan de cours

L'ordre des chapitres peut être sujet à modification avec l'accord des étudiants et étudiantes ; en particulier, les chapitres II et IV pourront être intervertis.

Chapitre I : Quotient d'un espace par un sous-espace, dualité
- Sous-espace quotient V/H : translatés, projection canonique π, propriété universelle, base et dimension de V/H, codimension et hyperplans.
- Formes linéaires, espace dual E^*, bases duales ; bidual E^{**}.
- Orthogonal (annulateur) X° d'une partie.
- Dual d'un sous-espace et d'un quotient.
- Transposée ${}^t u$ d'une application linéaire.

Chapitre II : Groupe orthogonal d'un espace euclidien, groupe unitaire d'un espace hermitien
- Adjoint d'un endomorphisme relativement à une forme bilinéaire symétrique non dégénérée.
- Groupe orthogonal $O(q)$, $O(n)$; étude de $O(2,\mathbb{R})$ (rotations et réflexions) et de $O(3,\mathbb{R})$.
- Théorème de Cartan–Dieudonné : toute isométrie est un produit de réflexions.
- Sous-groupes finis de $SO(3)$ et polyèdres réguliers.
- Groupe unitaire $U(n)$: valeurs propres de module 1, diagonalisation.
- Décomposition polaire d'un opérateur inversible.

Chapitre III : Produit tensoriel et produit extérieur
- Construction de $E \otimes F$ par quotient, applications bilinéaires et propriété universelle.
- Produit tensoriel de n espaces et algèbre tensorielle $T(E)$ graduée.
- Applications bilinéaires alternées.
- Lien avec le déterminant.

Chapitre IV : Modules sur un anneau, modules sur un anneau principal
- Modules à gauche et à droite, anneau opposé, module dual ; combinaisons linéaires, bases, modules libres ; invariance du rang ; torsion et modules sans torsion ; exemples de $\mathbb{Z}$-modules non libres.
- Forme normale de Smith sur un anneau principal.
- Théorème de structure des modules de type fini sur un anneau principal.
- Application 1 : classification des groupes abéliens de type fini (groupes d'ordre donné).
- Application 2 : réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel.

Chapitre V : Compléments
- Dimension infinie : existence d'une base (lemme de Zorn, ensembles inductifs, éléments maximaux) ; applications linéaires ; non-isomorphisme entre un espace et son bidual ; $\dim \mathbb{K}^{(X)} = |X|$.
- Espaces vectoriels sur un corps non commutatif (corps gauche) : le rang d'une matrice et celui de sa transposée peuvent différer.

Ouvrages bibliographiques
- Christophe Reutenauer, *Algèbre linéaire 3* — https://reutenauer.math.uqam.ca/wp-content/uploads/2026/08/Algebre-lineaire-3-.pdf
- Sergei Treil, *Linear Algebra Done Wrong* — https://www.math.brown.edu/streil/papers/LADW/LADW-2014-09.pdf

Évaluation proposée

(1) **Évaluations orales individuelles**, comptant **ensemble pour 20 %** de la note finale. Elles ont lieu **le jeudi**, en rotation (une personne évaluée par séance), à partir du **jeudi 17 septembre 2026**, de sorte que chacune des trois personnes inscrites passe **au moins trois fois** d'ici le **jeudi 19 novembre 2026** ; voir le calendrier ci-dessous. Aucune évaluation orale la semaine du 24 novembre. L'évaluation (durée : $\approx$ 15 min) portera sur les exercices-devoir de la matière.

(2) **2** examens écrits comptant pour **40** % chaqu'un.

Total : 100 %. Si un examen écrit doit se tenir un jeudi de la période de rotation, l'évaluation orale de cette semaine est reportée au jeudi 3 ou 10 décembre 2026.

Calendrier des séances — automne 2026 (mardi et jeudi)

#	Date	Contenu / évaluation
1	mardi 8 septembre 2026	
2	jeudi 10 septembre 2026	
3	mardi 15 septembre 2026	(*)
4	jeudi 17 septembre 2026	
5	mardi 22 septembre 2026	
6	jeudi 24 septembre 2026	**Éval. orale 1** — étud. 1
7	mardi 29 septembre 2026	
8	jeudi 1er octobre 2026	**Éval. orale 1** — étud. 2
9	mardi 6 octobre 2026	
10	jeudi 8 octobre 2026	**Éval. orale 1** — étud. 3
11	mardi 13 octobre 2026	
12	jeudi 15 octobre 2026	**Éval. orale 2** — étud. 1
13	mardi 20 octobre 2026	
14	jeudi 22 octobre 2026	**Éval. orale 2** — étud. 2
15	mardi 27 octobre 2026	**Examen partiel**
16	jeudi 29 octobre 2026	**Éval. orale 2** — étud. 3
17	mardi 3 novembre 2026	
18	jeudi 5 novembre 2026	**Éval. orale 3** — étud. 1
19	mardi 10 novembre 2026	

#	Date	Contenu / évaluation
20	jeudi 12 novembre 2026	**Éval. orale 3** — étud. 2
21	mardi 17 novembre 2026	
22	jeudi 19 novembre 2026	**Éval. orale 3** — étud. 3
23	mardi 24 novembre 2026	
24	jeudi 26 novembre 2026	(* — pas d'éval. orale)
25	mardi 1er décembre 2026	
26	jeudi 3 décembre 2026	report d'oral au besoin
27	mardi 8 décembre 2026	
28	jeudi 10 décembre 2026	report d'oral au besoin
29	mardi 15 décembre 2026	
30	jeudi 17 décembre 2026	**Examen finale**
31	mardi 22 décembre 2026	report d'oral au besoin

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.
Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables.
Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante : http://www.sciences.uqam.ca/etudiants/integrite-academique.html

Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.

Article 2 - Infractions de nature académique	**Article 3 - Sanctions**
2.1 Infraction Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie, falsification de document ou création d'un faux document commis par une candidate, un candidat, une étudiante, un étudiant de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen, d'un travail ou d'un stage faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constitue une infraction au sens de ce règlement. *2.2 Liste non limitative des infractions* Sans limiter la généralité de ce qui précède, constitue notamment une infraction le fait de poser ou tenter de poser l'un des actes suivants ou le fait d'y participer : a) la substitution de personnes ou l'usurpation d'identité; b) le plagiat : l'utilisation totale ou partielle du texte ou de la production d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence; c) l'autoplagiat : le dépôt d'un travail pour fins d'évaluation alors que ce travail constitue essentiellement un travail qui a déjà automne soumis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant; d) la possession ou l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen; e) la possession ou l'utilisation de tout document ou matériel non autorisé préalablement, pendant un examen ou lors de la réalisation de travaux, incluant le recours aux outils informatiques ou moyens technologiques; f) l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen ou de tout autre matériel provenant d'une autre personne; g) l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle; h) l'obtention d'une évaluation non méritée notamment par corruption, chantage, intimidation ou toute forme de harcèlement ou la tentative d'obtenir une telle évaluation; i) la falsification d'un document ou la création d'un faux document, notamment d'un document transmis à l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances; j) la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.	*3.1 L'attribution de la mention «P»* L'étudiante, l'étudiant qui commet une infraction est mis en probation et peut se voir imposer une ou plusieurs sanctions. La mise en probation génère l'attribution de la mention «P» au dossier informatisé de l'étudiant, de l'étudiante. La mention «P» n'apparaît pas au relevé de notes de l'étudiante, l'étudiant mais figure en tout temps à son dossier. Lorsque la sanction est la suspension, une mention à cet effet apparaîtra au relevé de notes pour la durée de la suspension. Dans le cas d'une expulsion définitive de l'Université, une mention à cet effet apparaîtra de manière permanente au relevé de notes. *3.2 La mise en probation et autres sanctions* a) la *mise en probation;* La mise en probation constitue la reconnaissance que l'étudiante, l'étudiant a commis une infraction au présent règlement. La mise en probation peut être imposée sans autre sanction, auquel cas, l'enseignant, l'enseignante se voit inviter à attribuer une notation à l'étudiante, l'étudiant pour le cours conformément au résultat obtenu pour les prestations complautomnees. La mise en probation sans autre sanction signifie que la mention «P» est inscrite au dossier de l'étudiante, l'étudiant et que celle, celui qui en est l'objet ne doit commettre aucune autre infraction au présent règlement, à défaut de quoi, l'une ou l'autre des sanctions suivantes lui sera imposée. Outre la mise en probation, l'étudiante, l'étudiant peut se voir imposer une ou plusieurs des sanctions suivantes **:** b) l'échec au cours ou à l'activité créditée; c) l'obligation de réussir de trois à six crédits additionnels, hors programme, afin d'obtenir son grade, diplôme, certificat ou attestation; les cours doivent être identifiés; d) la suspension de toute activité à l'Université, pour une période maximale de neuf trimestres consécutifs; e) son expulsion définitive de l'Université.

PROPOSITION DE NOTE A INTÉGRER AU PLAN DE COURS

Dans le but de mieux encadrer les mesures d'aménagements, puis de mieux cibler les besoins spécifiques liés à la déficience de l'étudiant, il serait souhaitable que les plans de cours incluent la mention suivante :

Les étudiants qui ont une lettre signée de leur conseillère ou conseiller de l'Accueil et de soutien aux étudiants en situation de handicap, dans laquelle il est fait état de leur inscription au ASESH à titre d'étudiant en situation de handicap sont invités à remettre ce document à leurs professeurs et chargés de cours dès le début de la session, afin que les aménagements dans le respect des exigences académiques soient déterminés de concert avec chacun des professeurs et chargés de cours. Les étudiants qui une déficience et qui ne seraient pas inscrits au ASESH sont priés de se présenter au AB-2300.

Étudiants ayant une déficience de type visuelle, auditive, motrice, trouble d'apprentissage, trouble envahissant du développement et trouble de santé mentale
Les étudiants qui ont une lettre *d'Attestation des mesures d'aménagements académiques* obtenue auprès d'un conseiller de **l'Accueil et soutien aux étudiants en situation de handicap (ASESH)** doivent rencontrer leur professeur au début de la session afin que des mesures d'aménagements en classe ou lors des évaluations puissent être mises en place. Ceux qui ont une déficience ou une incapacité mais qui n'ont pas cette lettre doivent contacter l'**ASESH** au 514-987-3148 ou se présenter au local AB-2300 le plus tôt possible.

Politique 16 sur le harcèlement sexuel

Le harcèlement sexuel se définit comme étant un comportement à connotation sexuelle unilatéral et non désiré ayant pour effet de compromettre le droit à des conditions de travail et d'études justes et raisonnables ou le droit à la dignité.

La Politique 16 identifie les comportements suivants comme du harcèlement sexuel :

1. Manifestations persistantes ou abusives d'un intérêt sexuel non désirées.
2. Remarques, commentaires, allusions, plaisanteries ou insultes persistants à caractère sexuel portant atteinte à un environnement propice au travail ou à l'étude.
3. Avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées.
4. Avances physiques, attouchements, frôlements, pincements, baisers non désirés.
5. Promesses de récompense ou menaces de représailles, implicites ou explicites, représailles liées à l'acceptation ou au refus d'une demande d'ordre sexuel.
6. Actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme.
7. Manifestations de violence physique à caractère sexuel ou imposition d'une intimité sexuelle non voulue.
8. Toute autre manifestation à caractère sexuel offensante ou non désirée.

Pour plus d'information :

http://www.instances.uqam.ca/ReglementsPolitiquesDocuments/Documents/Politique_no_16.pdf

Pour rencontrer une personne ou faire un signalement :

Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement :
514-987-3000, poste 0886
http://www.harcelement.uqam.ca