# MAT3150: Analyse III

**Professeur:** Duncan McCoy
Bureau: PK-5320,
Courriel: mc_coy.duncan@uqam.ca

**Horaire:** Lundi de 11h à 12h30 et mercredi de 9h à 10h30 au SB-M240
**Semaine de lecture:** du 12 au 16 octobre 2026

**Objectif du cours:** Le but de ce cours est de compléter la formation de base en Analyse pour les étudiantes et étudiants du Baccalauréat. On y développe trois aspects distincts de l'analyse moderne. On commencera par l'étude détaillée de la notion d'*espace métrique* en traitant notamment quelques questions de topologie pour ces espaces. Ensuite on étudiera les bases de la théorie des *espaces de Banach* avec une concentration sur les espaces de fonctions. La dernière partie du cours portera sur l'étude du calcul différentiel dans les espaces de Banach.

**Pré-requis:** MAT2150 Analyse II. On supposera une familiarité avec les notions de convergence ponctuelle et uniforme de suites de fonctions et les fondements de l'algèbre linéaire.

**Évaluation:**

| Outils d'évaluation | Dates | Pondération |
|---|---|---|
| Devoir I | 7 octobre 2026 | 15% |
| Examen intra | 21 octobre 2026 | 35% |
| Devoir II | 25 novembre 2026 | 15% |
| Examen final | 16 décembre 2026 | 35% |

**Contenu du cours:**

1. Théorie des espaces métriques
   (a) Quelques exemples d'espaces métriques et topologiques, propriétés de base.
   (b) Suites convergentes, de Cauchy et espaces métriques complets.
   (c) Applications continues, continuité uniforme, Théorème du point fixe de Banach.
   (d) Compacité dans les espaces métriques.
   (e) Fonctions continues sur des espaces compacts et Théorème d'Arzelà-Ascoli.
2. Analyse linéaire dans les espaces de Banach
   (a) Espaces vectoriels normés et de Banach, opérateurs linéaires bornés.
   (b) Fonctionnelles linéaires et Théorème de Hahn-Banach.
   (c) Théorème de la catégorie de Baire et applications.

3. Calcul différentiel dans les espaces de Banach

   (a) Dérivabilité, règle de chaîne, inégalité de la moyenne.

   (b) Dérivées partielles et directionnelles, développement de Taylor, optimisation.

   (c) Théorèmes de l'application inverse et des fonctions implicites et leurs variantes.

**Références:** Le contenu du cours est basé sur plusieurs sources, principalement:

- Notes sur *Topologie et Calcul différentiel* par Jean Saint Raymond
  `https://webusers.imj-prg.fr/~jean.saint-raymond/preprints/M360.pdf`
- Linear Analysis, B. Bollabás, Cambridge Mathematical Textbooks, 1999

Autres références:

- Principles of Mathematical Analysis, W. Rudin, McGraw Hill, 3rd ed, 1976.
- Introduction to Metric and Topological Spaces, W.A. Sutherland, OUP, 1975.
- Postmodern analysis, J. Jost Universitext Springer, 1998.