Université du Québec à Montréal Département de Mathématiques

MAT-2720 · Processus stochastiques

Session : Hiver 2024
Groupe : 010
Professeur : Fabrice Larribe
Bureau : PK-5515
Courriel : larribe.fabrice@uqam.ca
Page Web : http://fabricelarribe.uqam.ca/

[lundi 19 février 2024 | 23 : 33]

1. Objectifs généraux

Le cours MAT2720 vise à :

- ⊡ familiariser l'étudiant avec les processus stochastiques;
- ⊡ le rendre apte à modéliser un phénomène concret grâce à ceux-ci.

2. Description du répertoire de l'UQAM

Processus stochastiques. Chaînes de Markov: matrice de transition, équations de Chapman-Kolmogorov, classification des états, analyse des premiers pas, probabilités limites, chaînes de Markov réductibles, promenades aléatoires et autres problèmes. Processus de branchement : distribution du nombre de descendants et probabilité d'extinction. Processus de Poisson : loi exponentielle, processus de comptage, temps d'attente, autres propriétés et généralisation du processus de Poisson (non-homogène, composé). Chaînes de Markov à temps continu : probabilité de transition, générateur infinitésimal, équations de Chapman-Kolmogorov, probabilités limites et système M/M/n. Introduction au mouvement brownien : temps d'atteinte et variables aléatoires maximales, pont brownien. Ce cours comporte une séance de travaux pratiques (TP) de deux heures par semaine. Quelques séances de TP pourront être évaluées.

3. Thèmes

⊡ Chaînes de Markov (11.5 hrs)

Matrice de transition - équations de Chapman-Kolmogorov - temps d'entrée - récurrence - périodicité - classification des états - probabilité et temps moyen d'absorption - analyse des premiers pas - temps moyen dans les états transitoires - promenade aléatoire symétrique et asymétrique - promenade entre barrières réfléchissantes ou absorbantes

⊡ Comportement à long terme des chaînes de Markov (4.5 hrs)

Stationnarité - théorèmes limites - chaînes de Markov réductibles.

⊡ Processus de branchement (2 hrs)

Définition - moyenne et variance du nombre de descendants - probabilités d'extinction

⊡ Processus de Poisson (8 hrs)

Loi exponentielle - Minimum d'exponentielles - définitions du Processus de Poisson - temps d'attente - distribution des temps d'arrivés - généralisation des processus de Poisson: processus non homogène et processus composé.

⊡ Chaînes de Markov à temps continu (8 hrs)

Probabilité de transition - générateur infinitésimal - équations de Chapman-Kolmogorov - probabilité limites - chaîne de naissance et de mort - explosion - chaîne sous-jacente - systèmes $M/M/n$

⊡ Mouvement brownien (3 hrs)

Processus de diffusion - dérive et variance - temps d'atteinte - interpolation et extrapolation - principe de réflexion - loi du maximum et zéros

4. Objectifs Spécifiques

À la fin du cours, l'étudiant devra être en mesure :

⊡ *Chaînes de Markov, promenades aléatoires, processus de ramification*

1. de déterminer si un processus est une chaîne de Markov ;
2. d'écrire la matrice de transition d'une chaîne et d'utiliser celle-ci pour calculer la probabilité de certains événements ;
3. de calculer la loi d'un temps d'entrée ;
4. de classifier les états d'une chaîne ;
5. de calculer les probabilités d'absorption et les temps moyen d'absorption ;
6. d'identifier la mesure de probabilité stationnaire d'une chaîne si elle existe ;
7. d'appliquer les méthodes précédentes au cas des promenades aléatoires et des processus de ramification ;
8. de calculer la probabilité d'extinction d'un processus de ramification.

⊡ *Processus de Poisson, chaînes de Markov à temps*

continu

1. modéliser et calculer la probabilité de certains évènements dans des modèles exponentiels ;
2. de calculer la probabilité de certains évènements d'un processus de Poisson, qu'il soit homogène ou non ;
3. déterminer si un processus donné est un processus de naissance et de mort ;
4. d'écrire et d'utiliser les équations de Kolmogorov ;
5. d'exploiter le conditionnement dans l'étude des processus ;
6. de décrire la chaîne discrète sous-jacente à une chaîne continue et d'étudier les relations existant entre celles-ci ;
7. de classifier les états d'une chaîne de naissance et de mort ;
8. de calculer les probabilités limites d'une chaîne de Markov.

5. Horaire et salle

- ⊡ Lundi, 9h00 à 10h30, PK-R610.
- ⊡ Jeudi, 9h00 à 10h30, PK-R610.
- ⊡ Jeudi, 10h30 à 12h30, PK-R610 [Exercices].

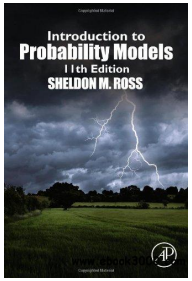
6. Notes de Cours

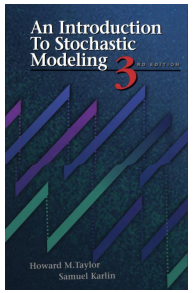
Des notes de cours sont disponibles sur Moodle:

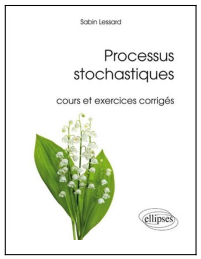
http://www.moodle.uqam.ca

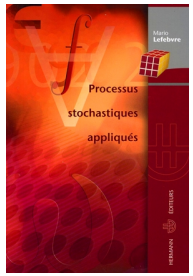
Vous pouvez les télécharger et les imprimer à votre convenance. Le cours est basé sur ces notes, et ces dernières sont à compléter pendant le cours. Les notes sont fournies sous deux format: un format papier, destiné à l'impression, et un format tablette; le format tablette est un fichier pdf dynamique (contenant des hyperliens). Ces notes sont construites en partie à partir de deux premiers manuels mentionnés ci-dessous, et de nombreuses références vers ces manuels sont présentes dans les notes. Il n'est pas nécessaire de se procurer un de ces manuels pour suivre le cours. Si vous désirez des compléments aux notes, vous pourrez cependant consulter ces manuels disponibles à la bibliothèque, ou les acheter à la librairie scientifique de la COOP UQAM.

- ⊡ S. Ross, Introduction to probability models ($11^{\text{ème}}$ édition, Academic Press, 2014.)
- ⊡ H.M. Taylor et Samuel Karlin, An introduction to stochastic modeling ($3^{\text{ème}}$ édition, Academic Press, 1998. ISBN: 0-12-684887-4, QA274T39.1998)
- ⊡ Sabin Lessard, Processus stochastiques : cours et exercices corrigés (ELLIPSES, 2015. ISBN: 9782340002142 (2340002141))
- ⊡ Mario Lefebvre, Processus Stochastiques Appliqués (Presses Internationales Polytechniques, 2005. ISBN: 2-553-01155-5 ; 20059414448, QA274.L375.2005)









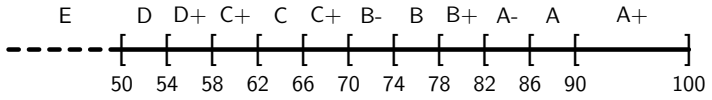
7. Évaluations

Quatre examens de 25% (voir section 8).

8. Barème

[0,50) E, [50,54) D, [54,58) D+, [58,62) C-, [62,66) C, [66,70) C+, [70,74) B-, [74,78) B, [78,82) B+, [82,86) A-, [86,90) A, [90,100] A+.

En image :



9. Calendrier

Dates des évaluations:

- ⊡ Examen 1: lundi 29 janvier: 9h00 à 10h30;
- ⊡ Examen 2: jeudi 22 février: 9h00 à 12h30;
- ⊡ Examen 3: lundi 25 mars: 9h00 à 10h30;
- ⊡ Examen 4: jeudi 25 avril: 9h00 à 12h30.

	L	M	M	J	V			Sem.	Exer.
Janvier	8	9	10	11	12	13	14	1	1
	15	16	17	18	19	20	21	2	2
	22	23	24	25	26	27	28	3	3
	29	30	31	1	2	3	4	4	4
Février	5	6	7	8	9	10	11	5	5
	12	13	14	15	16	17	18	6	6
	19	20	21	22	23	24	25	7	
	26	27	28	29	1	2	3	8	
Mars	4	5	6	7	8	9	10	9	7
	11	12	13	14	15	16	17	10	8
	18	19	20	21	22	23	24	11	9
	25	26	27	28	29	30	31	12	
Avril	1	2	3	4	5	6	7	13	10
	8	9	10	11	12	13	14	14	11
	15	16	17	18	19	20	21	15	12
	22	23	24	25	26			16	

(Les consignes qui suivent (10.1, 10.2, 10.3) viennent directement de l'Université)

10.1. Consignes pour la participation à un cours ou à une activité d'enseignement en ligne



Lors d'un cours ou d'une activité d'enseignement en ligne, le personnel enseignant peut exiger que l'étudiante ou l'étudiant active son microphone et sa caméra, notamment dans le cadre d'évaluations, à moins de circonstances exceptionnelles qui doivent être discutées avec l'enseignante ou l'enseignant.

Lors d'un cours ou d'une activité d'enseignement en ligne, le personnel enseignant peut décider, selon le cas, de procéder à l'enregistrement audio ou audiovisuel du cours ou de l'activité d'enseignement. Le personnel enseignant peut partager l'enregistrement uniquement à son groupe-cours.



En cas d'enregistrement, l'étudiante ou l'étudiant sera informé au début de la séance.



Il est de la responsabilité de l'étudiante ou de l'étudiant de désactiver son microphone et sa caméra si elle ou il ne souhaite pas être enregistré.



À défaut de désactiver son microphone et sa caméra, l'étudiante ou l'étudiant consent à l'enregistrement audio ou audiovisuel, à la conservation, à la rediffusion et à l'utilisation de l'enregistrement de son nom, de sa voix et de son image dans le cadre du cours ou de l'activité en ligne. L'étudiante ou l'étudiant reconnaît ne détenir aucun droit dans l'enregistrement.



Sauf avec l'autorisation expresse écrite du personnel enseignant, l'étudiante ou l'étudiant reconnaît qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer, de publier, de diffuser, de communiquer ou de partager, par quelque moyen que ce soit, la totalité ou une partie de l'enregistrement d'un cours ou d'une activité d'enseignement en ligne de même que tout matériel pédagogique s'y rattachant.

Une étudiante ou un étudiant qui contrevient à ce qui précède s'expose aux sanctions prévues dans les règlements et politiques de l'UQAM ou à tout recours légal, notamment en vertu de la Loi sur le droit d'auteur.

En s'inscrivant à un cours ou à une activité d'enseignement en ligne, l'étudiante ou l'étudiant accepte et s'engage à respecter les consignes décrites précédemment.

10.2. Respect de l'intégrité académique

Extraits du règlement no 18 sur les infractions de nature académique

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen

ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

a. la substitution de personnes ;
b. l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
c. la transmission d'un travail pour fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
d. l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
e. la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
f. l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
g. l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
h. la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
i. la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du réglement numéro 18.

Pour plus d'information sur les infractions académiques et comment les prévenir : www.integrite.uqam.ca.

10.3. Politique no 16 visant à prévenir et à combattre le sexisme et les violences à caractère sexuel

Les violences à caractère sexuel se définissent comme étant des comportements, propos et attitudes à caractère sexuel non consentis ou non désirés, avec ou sans contact physique, incluant ceux exercés ou exprimés par un moyen technologique, tels les médias sociaux ou autres médias numériques. Les violences à caractère sexuel peuvent se manifester par un geste unique ou s'inscrire dans un continuum de manifestations et peuvent comprendre la manipulation, l'intimidation, le chantage, la menace implicite ou explicite, la contrainte ou l'usage de force.

Les violences à caractère sexuel incluent, notamment :

- ⊡ la production ou la diffusion d'images ou de vidéos sexuelles explicites et dégradantes, sans motif pédagogique, de recherche, de création ou d'autres fins publiques légitimes;

- ⊡ les avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées;
- ⊡ la manifestation abusive et non désirée d'intérêt amoureux ou sexuel;
- ⊡ les commentaires, les allusions, les plaisanteries, les interpellations ou les insultes à caractère sexuel, devant ou en l'absence de la personne visée;
- ⊡ les actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme;
- ⊡ le (cyber) harcèlement sexuel;
- ⊡ la production, la possession ou la diffusion d'images ou de vidéos sexuelles d'une personne sans son consentement;
- ⊡ les avances non verbales, telles que les avances physiques, les attouchements, les frôlements, les pincements, les baisers non désirés;
- ⊡ l'agression sexuelle ou la menace d'agression sexuelle;
- ⊡ l'imposition d'une intimité sexuelle non voulue;
- ⊡ les promesses de récompense ou les menaces de représailles, implicites ou explicites, liées à la satisfaction ou à la non-satisfaction d'une demande à caractère sexuel.

Pour plus d'information : https://instances.uqam.ca/wp-content/uploads/sites/47/2019/04/Politique_no_16_2.pdf.

Pour obtenir du soutien ou effectuer un signalement : Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement 514 987-3000, poste 0886

Pour la liste des services offerts en matière de violence à caractère sexuel à l'UQAM et à l'extérieur de l'UQAM : https://harcelement.uqam.ca/

Soutien psychologique (Services à la vie étudiante) 514 987-3185 /Local DS-2110

Service de la prévention et de la sécurité : 514 987-3131