Mat 2400 : Géométries
Professeur : Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
Horaire : Mer 14h–15h30 et Ven 9h–12h30 incluant le TP
Heures de disponibilité : Avant le cours de Mercredi, sur demande, ou sur rendez-vous.

Introduction
La Géométrie est certainement le domaine le plus vieux des mathématiques. Les Grecs anciens considéraient son étude comme une condition nécessaire à la compréhension du monde et l'on pouvait lire a l'entrée de l'Ecole d'Athènes *"Nul n'entre ici s'il n'est géomètre"*. Au fil des siècles, le domaine s'est tellement étendu qu'il faut maintenant plusieurs cours au baccalauréat pour aborder, même de façon élémentaire, les différentes branches du sujet.
Ce cours se veut une introduction au domaine et il y a plusieurs façons de procéder. Un tel cours sert souvent à présenter la géométrie pure, une approche qui a la particularité de n'utiliser que minimalement des outils provenant d'autres domaines. Il peut toutefois être intéressant de placer la géométrie dans un contexte plus général des mathématiques, où l'Algèbre et l'Algèbre linéaire viennent jouer un rôle important, sans pour autant que se perde la saveur géométrique du sujet. Une telle approche remonte au moins à Descartes (1596–1650), créateur de la Géométrie analytique, et nous mènera naturellement au point de vue de Klein (1849–1925) sur les différents types de géométries. Les étudiantes et étudiants qui voudront alors poursuivre leur étude de ce sujet auront un bon bagage pour ce faire.

Pré-requis et travail requis
Une certaine familiarité avec les bases de l'Algèbre linéaire sera utile ainsi que des notions élémentaires de Théorie des groupes. Pour bien saisir les idées présentées, l'élève doit s'attendre à travailler efficacement pendant *au moins 3 heures* par semaine à l'extérieur des heures de cours et travaux pratiques.

Plan de cours:

Chapitre I : Géométrie affine
- Espace vectoriel $\mathbb{R}^n$ et transformations linéaires.
- Groupes de transformations linéraires.
- Transformations affines et projections parallèles.
- Théorème fondamental des affinités.
- Quelques théorèmes classiques de géométrie revisités.
- Classification affine des coniques.

Chapitre II : Géométrie projective
- Le plan projectif, droites projectives.
- Transformations projectives et Théorème fondamental.
- Le birapport comme invariant projectif.
- Les courbes coniques et leurs classifications.
- Quelques théorèmes classiques de géométrie projective.

Chapitre III : Géométrie inversive
- Notion d'inversion dans le plan.
- Le plan complexe et ses transformations, le plan complété et la sphère de Riemann.
- Les transformations des Möbius et le groupe d'inversions.
- Théorème fondamental de la Géométrie inversive.
- Applications.

Chapitre IV : Géométrie hyperbolique
- Peut-on se passer du postulat des parallèles d'Euclide?
- Le disque de Poincaré et les droites hyperboliques.
- Transformations du plan hyperbolique.
- Distance et trigonométrie hyperbolique.
- Le modèle du demi-plan.
- Théorèmes géométriques.

Livre de référence:
D. Brannan, M. Esplen, J. Gray, *Geometry*, Cambridge University Press.

Ce livre est recommandé comme référence pour le cours et pour aller plus loin dans la matière. Un résumé du cours en format LaTex (environ 100 pages) des principaux résultats vus en cours sera par ailleurs distribué pour aider le groupe dans son étude.

Evaluation proposée:
Présence et participation au cours pour 10%.
2 Devoirs comptant pour un total de 10%.
1 Examen comptant pour 40% (Chapitres I et II).
1 Examen comptant pour 40% (Chapitres III et IV).