Faculté des sciences
Département de mathématiques

H2026
Jeudi 9h30-12h00 &
vendredi 9h00-11h00

MAT2006 -Algèbre linéaire et géométrie vectorielle (3 cr.)

Plan de cours

RESPONSABLE DU COURS

Nom	Charles Laporte
Téléphone	514 987-4186
Disponibilités	avant et après les cours, sur demande
Courriel	laporte.charles@uqam.ca
Site Web	https://www.moodle.uqam.ca

Coordonnateur du cours
Luis Saldanha, saldanha.luis@uqam.ca,

Moyens de communication préférés : courriel (plus rapide), Teams (pas nécessairement immédiat).

DESCRIPTION GLOBALE DU COURS

Ce cours reprend plus formellement et en les poussant plus loin la plupart des éléments de contenu du cours collégial 201-NYC, en insistant sur les aspects géométriques au cœur des programmes de niveau secondaire.

Vecteurs du plan et de l'espace. Interprétation géométrique du produit scalaire et du produit vectoriel. Systèmes d'équations linéaires et matrices. Déterminants et leur interprétation géométrique dans IR^2 et IR^3. Transformations linéaires, bases, orthonormalisation, matrices de changement de bases motivées par le calcul des matrices de rotation autour de n'importe quel axe de IR^3. Généralisations : espaces vectoriels à n dimensions sur un corps, notamment ceux obtenus comme sous-corps des complexes (en prévision du cours de théorie des équations).

PLACE DU COURS DANS LE PROGRAMME

Le cours MAT2006 est offert en 1e année du baccalauréat en enseignement secondaire (concentration mathématiques). Il est préalable au cours MAT3006.

OBJECTIFS DU COURS

Ce cours vise le développement des compétences professionnelles en enseignement.

Compétences professionnelles	Évaluation	
	formative	certificative
Compétence 1 : *Agir en tant que médiatrice ou médiateur d'éléments de culture*		**N1**
Compétence 2 : *Maitriser la langue d'enseignement*		**N2**
Compétence 3 : *Planifier les situations d'enseignement et d'apprentissage*		
Compétence 4 : *Mettre en œuvre les situations d'enseignement et d'apprentissage*		
Compétence 5 : *Évaluer les apprentissages*		
Compétence 6 : *Gérer le fonctionnement du groupe-classe*		
Compétence 7 : *Tenir compte de l'hétérogénéité des élèves*		**N1**
Compétence 8 : *Soutenir le plaisir d'apprendre*	**N1**	
Compétence 9 : *S'impliquer activement au sein de l'équipe-école*		
Compétence 10 : *Collaborer avec la famille et les partenaires de la communauté*		
Compétence 11 : *S'engager dans un développement professionnel continu et dans la vie de la profession*		**N1**
Compétence 12 : *Mobiliser le numérique*	**N2**	**N1**
Compétence 13 *: Agir en accord avec les principes éthiques de la profession*	**N2**	**N1**

Objectifs généraux

De façon générale, le cours vise :

- Introduire les calculs vectoriels et matriciels, à l'algèbre linéaire et à la géométrie vectorielle. Synthétiser en abordant les bases de la théorie mathématique sous-jacente (notions d'*espace vectoriel*, de *combinaison linéaire*, de *base*, de *coordonnées selon une base*, de *dimension*, de *transformation linéaire*, etc.)
- Motiver par diverses applications, notamment les fondements mathématiques de l'infographie : comment calculer en coordonnées l'image (d'un point, d'un vecteur, d'une droite, d'un plan) par application d'une rotation, d'une réflexion ou d'une projection orthogonale dans l'espace.
- Développer l'habileté à la visualisation géométrique des objets rectilignes dans l'espace à 2 ou 3 dimensions. Faire pressentir comment s'effectue le passage à un espace de dimension quelconque.

- Développer la capacité à passer d'un cadre à l'autre parmi les cadres : de la géométrie *euclidienne* (ou synthétique), de la géométrie *analytique*, de la géométrie *vectorielle*.
- Développer la capacité à passer d'un registre de représentation à l'autre parmi les registres conventionnels et de comprendre l'équivalence entre les objets/idées sous-jacents étant représentés : par exemple, des systèmes d'équations linéaires représentés en tant que des collections de droites ou plans dans l'espace, et en termes des vecteurs et des matrices.

Objectifs spécifiques et contenu du cours

Plus précisément, à la fin du cours ou d'un bloc de cours, l'étudiant sera capable d'identifier, de représenter et de résoudre avec compétence des problèmes impliquant le contenu suivant, tel qu'il est mis en évidence dans le cours :

i. Systèmes d'équations linéaires, écriture sous forme matricielle et vectorielle. Systèmes équivalents, opérations élémentaires de lignes, matrices lignes-équivalentes et lignes-réduites-échelonnées. Matrices élémentaires. Algorithme de Gauss-Jordan, calcul des matrices inverses et résolution des systèmes. Solution d'un système à n inconnus écrite sous forme paramétrique. Interprétation comme sous-espace affine de R^n. Application : intersections de droites et de plan dans l'espace.

ii. Vecteurs dans le plan et l'espace, géométriquement et algébriquement : définition, opérations, produit d'un vecteur par un scalaire, combinaisons linéaires, dépendance et indépendance linéaire, bases de R^2 et R^3. Produits scalaire, vectoriel et mixte : définition, propriétés et interprétation géométrique ; angle entre deux vecteurs, formule de projection. La droite et le plan dans l'espace : équations algébriques et expressions paramétriques ; positions relatives, angles et distances.

iii. Matrices : définition, opérations (addition, multiplication par un scalaire, produit matriciel, exponentiation, transposition). Matrices carrées, triangulaires, diagonales. Matrices inverses. Déterminants. Orientation d'une base et aire-volume du parallélotope engendré. Liens avec le produit mixte et l'inversion matricielle.

iv. Espaces vectoriels abstraits : définition et propriétés. Exemples : R^n, espaces de matrices, de polynômes ; Sous-espaces, sous-espaces engendrés, indépendance linéaire, bases, dimension. (Si le temps permet : Coordonnées selon une base et matrices de changement de bases. Bases orthonormées, orthonormalisation, matrices orthonormales.) Transformations linéaires ; leurs représentations matricielles. Application au calcul en coordonnées de l'effet des rotations, réflexions et projections dans l'espace.

FORMULES PÉDAGOGIQUES

Ce cours est organisé sous forme d'exposés magistraux interactifs, de discussions de groupe et des activités d'explorations et de découverte au besoin. Le cours est en présentiel et a lieu en mode semi-intensif (sur 10 semaines). Il y a une séance d'exercices de 2 heures par semaine.

MODALITÉS D'ÉVALUATION

Outils d'évaluation

Votre note finale dans le cours sera basée sur 3 examens passés individuellement en classe pour un poids total de 78 % (répartis équitablement, donc 26% chacun), ainsi que 4 devoirs pondérés de 16% en total (4% par devoir). Deux laboratoires informatiques sur Excel ou GeoGebra compteront pour 6% de la session : 2% le premier et 4% le second.

La matière abordée dans chaque composante d'évaluation ainsi que les dates proposées pour ces composantes sont comme suit :

Composante	Pondération	Matière abordée	Date proposée
Devoirs[1]	16 %	Aux 2 semaines	Aux 2 semaines
Examen 1	26 %	semaines 1 à 3	6 février
Examen 2	26 %	semaines 4 à 7	27 février
Examen 3	26 %	semaines 12 à 15	24 avril
Labo 1	2 %	semaines 1 à 5	13 février
Labo 2	4 %	semaines 7 à 13	17 avril

** Les dates d'examen sont fixes mais le reste du calendrier reste provisoire, selon l'avancement en classe du côté des sujets donnés.

Critères de présentation et d'évaluation

Au-delà de la capacité à résoudre correctement des problèmes et questions assignés (voir la section précisant les objectifs spécifiques), les critères d'évaluation pour le travail sur les trois examens comprendront notamment les aspects suivants :

- La capacité à interpréter et à donner du sens correctement aux expressions, calculs, procédures, et aux représentations graphiques et divers concepts ou techniques à l'étude. Ceux-ci seront évalués par votre capacité à donner des explications claires et cohérentes sur la signification des expressions, des calculs, des procédures, etc., et par votre capacité à expliquer clairement le sens de certains concepts ou techniques et pourquoi leur utilisation est justifiée dans certains contextes.

- Une emphase sera mise sur la cohérence conceptuelle entre les idées développées dans le cours, ce qui veut dire que la compréhension des liens fondamentaux entre ces idées et la capacité à les expliquer/communiquer clairement est exigée et sera évaluée à travers les trois examens.

  Les aspects ci-dessus sont particulièrement importants comptes tenus du rôle de ce cours disciplinaire dans le programme BES-Math et de l'importance pour des futurs enseignants de raisonner et de communiquer de manière cohérente sur le sujet avec leurs futurs élèves du secondaire.

  Remarques importantes :

[1] Les devoirs doivent être soumis en format numérique dans le portail Moodle du cours. Un solutionnaire pour chaque devoir sera affiché sur le site après la date limite de soumission.

i) Les démonstrations mathématiques (c.-à-d. des preuves) sont abordées et exigées dans ce cours et dans les examens.

ii) Contrairement au cours d'algèbre linéaire typiquement suivi au CEGEP, MAT2006 met l'accent principalement sur la compréhension et la cohérence des concepts plutôt que sur des calculs et procédures.

Barème de notation

Votre cote alphabétique dans le cours sera déterminée selon les correspondances suivantes :

Note (%)	**≤ 59**	**60-63,4**	**63,5-67,4**	**67,5-70,4**	**70,5-73,4**	**73,5-77,4**	**77,5-80,4**	**80,5-84,4**	**84,5-88,4**	**88,5-91,4**	**91,5-95,4**	**≥ 95,5**
Cote	**E**	**D**	**D +**	**C –**	**C**	**C+**	**B –**	**B**	**B +**	**A –**	**A**	**A+**

La note de passage dans le cours est de 60%

Communication des résultats

Les examens seront corrigés dans un délai de 1 à 2 semaines après la date de l'examen. Les résultats seront affichés sur le site Moodle du cours et Résultats. Les étudiants sont encouragés à consulter leur copie d'examen et à en discuter avec le professeur.

MATÉRIEL REQUIS

Matériel obligatoire :

1. ***Manuel***

Lay, D. C., Lay, S. R, et McDonald, J. J (2017). *Algèbre linéaire et applications.* 5e édition. ERPI, Montréal.

2. ***Notes de cours***

Le contenu mathématique du cours suivra plus ou moins l'ordre présenté dans le manuel. Un calendrier détaillé de la matière et des problèmes de devoirs sera affiché sur le site Moodle du cours, ce qui sera mis à jour chaque semaine (https://www.moodle.uqam.ca). Les notes de cours seront disponibles pour télécharger à partir du site Moodle soit la veille ou le matin avant chaque cours.

Matériel de référence recommandé :

Les préalables de niveau collégial, qui couvrent cependant une bonne partie de la matière :

- Beaudoin, G. 1998. *Math 105.* Les Éditions BL, Montréal.
- Anton, H. 1993. *Algèbre linéaire.* Adaptation québécoise de Jean-Yves Pelletier. Les éditions Reynald Goulet, Ottawa.
- Amyotte, L., Hamel, J., & Côté, C. (2024). Introduction à l'algèbre linéaire et ses applications (5e éd.). ERPI. ISBN 978-2-7661-5408-1.

Niveau universitaire :

- Leroux, P. 1983. *Algèbre linéaire : une approche matricielle*. Modulo Éditeur. Ville Mont-Royal.

- Anton, H. et Rorres, C. 7e édition : 1994. *Elementary Linear Algebra : Applications Version.* John Wiley & Sons, New-York.

Articles mathématico-didactiques sur le sujet :

- Tanguay, D. *L'enseignement des vecteurs.* Bulletin AMQ, Vol. XLII, n°4 (déc. 2002), pp. 36-47.
- Tanguay, D. *Démonstrations géométriques et vecteurs.* Revue *Envol,* n°120 (juillet-août-septembre 2002), pp. 45-48.

Plusieurs outils de calcul et de visualisation sont disponibles gratuitement sur Internet :

- Voir l'onglet nommé « ressources internet » sur le site Moodle du cours.

CALENDRIER DU COURS

Semaine	Contenu abordé
1. (4,5 hrs)	Systèmes d'équations linéaires. Méthode de réduction de Gauss (et Gauss-Jordan) et formes échelonnées (et échelonnées réduites). Équations vectorielles et ensembles de générateurs.
2. (4,5 hrs)	Ensembles de générateurs en lien avec des systèmes linéaires. Représentation matricielle de systèmes linéaires.
3. (4,5 hrs)	Représentation matricielle de systèmes linéaires. Ensemble de solutions de systèmes linéaires et concepts associés.
4. (4,5 hrs)	Examen 1. Indépendance/dépendance linéaires des vecteurs.
5. (4,5 hrs)	Indépendance/dépendance linéaires des vecteurs. Bases et dimension.
6. (4,5 hrs)	Introduction au concept d'application linéaire.
7. (4,5 hrs)	Concept d'application linéaire (suite). Matrice canonique d'une application linéaire. Examen 2.
8 - 11	**PÉRIODE DE STAGES : 2 au 27 mars**
12	**Semaine de battement entre le stage et le retour (question d'avoir une semaine pleine assurée avec Pâques)**
13. (4,5 hrs)	Matrices et opérations matricielles. L'inverse d'une matrice. Caractérisations des matrices inversibles.
14. (4,5 hrs)	Introduction au déterminant. Propriétés du déterminant.
15. (4,5 hrs)	Introduction aux espaces et sous-espaces vectoriels de R^n Noyau et image d'une matrice. Examen 3.

ENGAGEMENT ET RESPONSABILITÉS

Respect et disponibilité.

Par leur présence et leur participation en classe au moment convenu par la personne enseignante, les étudiantes et les étudiants deviennent responsables de leur formation en assumant pleinement

les tâches exigées dans leur cheminement académique. De plus, par des comportements éthiques et une attitude professionnelle, elles et ils assurent le maintien d'un environnement de travail et d'étude sain et riche, et ce, dans le respect des étudiantes et étudiants du groupe, des responsables de cours et de l'ensemble de la communauté universitaire. La Charte des droits et responsabilités des étudiantes et des étudiants peut être consultée en ligne.

INFORMATIONS SUR LES SERVICES À LA VIE ÉTUDIANTE

Les Services à la vie étudiante accompagnent les étudiantes et étudiants dans la réussite de leur parcours universitaire.

Bureau des services-conseils (**soutien psychologique, bien-être aux études, information scolaire et insertion professionnelle, orientation, emploi**) : pour prendre rendez-vous, communiquez au 514 987-3185 ou par courriel à services- conseils@uqam.ca

Bureau de l'aide financière : pour prendre rendez-vous, écrivez à aidefinanciere@uqam.ca.

Concernant les **bourses**, pensez à consulter le Répertoire institutionnel des bourses d'études (RIBÉ) et écrivez à bourses@uqam.ca pour toute question.

Consultez les informations et l'ensemble des coordonnées et services offerts par les Services à la vie étudiante à l'adresse suivante : sve.uqam.ca

RÈGLEMENTS ET *POLITIQUES*

La Commission des études de l'UQAM recommande d'intégrer les encarts institutionnels.

SOUTIEN À LA RÉUSSITE

Afin d'enrichir votre expérience étudiante, l'UQAM offre plusieurs services et ressources pour assurer un milieu de vie et d'étude sain, sécuritaire et bienveillant.

Soutien à la persévérance, à la réussite et au bien-être De nombreux services de soutien sont offerts pour améliorer la qualité de votre vie universitaire et soutenir votre persévérance et votre réussite.	
Ensemble des services offerts	https://portailetudiant.uqam.ca/services/
Gagner du temps et réaliser de meilleurs travaux	https://infosphere.uqam.ca/
Politique no 12 relative à la parentalité et à la proche aidance pour les personnes étudiantes	https://instances.uqam.ca/politiques/
Politique no 21 sur la santé mentale étudiante	
Politique no 44 d'accueil et de soutien des étudiantes, étudiants en situation de handicap	

Situations problématiques et processus administratifs officiels	https://portailetudiant.uqam.ca/plaintes/
Alertes UQAM	https://uqam.ca/alertes/

Intégrité académique L'intégrité académique fait partie des valeurs fondamentales de l'UQAM qui a adopté un principe de tolérance zéro.	
Site du Règlement 18 de l'UQAM	https://r18.uqam.ca/etre-en-infraction.html

Une université exempte de harcèlement et de violences à caractère sexuel L'Université reconnaît à toutes personnes membres de la communauté universitaire le droit fondamental à un milieu de travail et d'études exempt de toutes formes de sexisme, de violences à caractère sexuel et de harcèlement.	
Sexisme et violences à caractère sexuel	https://harcelement.uqam.ca/le-bureau/politique-no-16-visant-a-prevenir-et-a-combattre-le-sexisme-et-les-violences-a-caractere-sexuel/
Harcèlement	https://harcelement.uqam.ca/le-bureau/politique-no-42-sur-le-respect-des-personnes-la-prevention-et-lintervention-en-matiere-de-harcelement/

Respect de la liberté académique universitaire Les membres de la communauté universitaire doivent pouvoir exercer leurs activités sans contrainte doctrinale, idéologique ou morale, autant en enseignement, en recherche et en création que dans le cadre de services aux collectivités.	
Liberté académique universitaire	https://portailetudiant.uqam.ca/liberte-academique/