Université du Québec à Montréal

Case postale 8888, succursale Centre-Ville
Montréal (Québec) Canada
H3C 3P8

Mat 1260: Algèbre linéaire II
Professeur: Olivier Collin, Bureau PK-5340, Courriel: collin.olivier@uqam.ca
Horaire: Mar et Ven 9h–10h30 TP: Ven 10h30–12h30 Soutien: Ven 12h30–13h30
Heures de disponibilité: Sur rendez-vous.

Introduction

Ce cours se veut est une introduction rigoureuse à l'étude des espaces vectoriels abstraits en dimension finie et de leurs transformations linéaires, faisant suite au cours MAT1250 *Algèbre linéaire I*. Ce premier cours doit normalement couvrir les espaces vectoriels $\mathbb{R}^n$, leurs transformations linéaires et les preuves formelles de diverses techniques calculatoires pour la résolution des systèmes d'équations linéaires.

On commencera le cours en s'assurant que le lien entre les aspects calculatoires de l'algèbre linéaire et la théorie abstraite des espaces vectoriels est bien compris, ce qui impliquera de passer en revue rapidement les notions de base du cours MAT1250. Ensuite on couvrira en détail la théorie des déterminants de matrices et d'opérateurs linéaires. Le coeur du cours sera l'étude de formes les plus simples possibles pour les endomorphismes d'un espace vectoriel: diagonalisation et forme normale de Jordan. En introduisant une notion auxiliaire de produit scalaire ou hermitien, on on obtient une décomposition dite spectrale d'une grande classe d'endomorphismes, et ceci a plusieurs conséquences pour les matrices réelles symétriques et les formes bilinéaires et quadratiques.

Pré-requis

Une certaine familiarité avec les notions introduites au cours MAT1250 *Algèbre linéaire I* et MAT1150 *Arithmétique et géométrie classique*.

Plan de cours

Chapitre I : Notions de base
- Espaces vectoriels, sous-espaces, combinaisons linéaires, bases.
- Transformations linéaires et matrices.
- Systèmes d'équations linéaires, forme échelonnée et échelonnée réduite, pivots.
- Conséquences pour la dimension d'un espace vectoriel et les matrices inversibles.
- Sous-espaces fondamentaux d'une application linéaire, Théorème du rang.

Chapitre II : Déterminant
- Point de départ : aire et volume, généralisation des propriétés voulues.
- Construction, définition formelle, existance et unicité.
- Cofacteurs, mineurs et rang.

L'UQAM
une force
novatrice

Chapitre III : Réduction des endomorphismes
- Représentation matricielle d'une transformation linéaire, changement de base.
- Valeurs propres, vecteurs propres, polynôme caractéristique.
- Diagonalisation des endomorphismes.
- Théorème de Cayley-Hamilton, espaces propres généralisés.
- Structure des opérateurs nilpotents, forme canonique de Jordan.

Chapitre IV : Espaces vectoriels euclidiens et hermitiens
- Produits scalaire et hermitien sur un espace vectoriel, notion de norme.
- Orthogonalité, orthonormalité, projection orthogonale, processus de Gram-Schmidt.
- Complément orthogonal, solution des moindres carrés.
- Transformation linéaire adjointe, matrices orthogonales et unitaires.
- Théorème spectral pour les opérateurs auto-adjoints.
- Introductions aux formes bilinéaires et quadratiques.

Référence obligatoire
Sergei Treil, *Linear algebra done wrong*, version 2017. Notes d'un cours donné à la Brown University.

Il est important de souligner que ces notes constituent la base du cours, mais que de nombreuses notions et explications complémentaires seront discutées en classe. A l'occasion je traiterai certains sujets de manière différente, auquel cas des notes complémentaires seront mises en ligne sur Moodle.

Evaluation proposée
2 Examens comptant pour un total de 60% (formule Max: 35% et Min: 25%).
3 Devoirs comptant pour un total de 30%.
Présence et participation active au cours comptant pour 10%.