UQÀM
Université du Québec à Montréal
Faculté des sciences
Département de mathématiques

ACT650A : Sujets spéciaux - Mathématiques du risque

Groupe 020 – Hiver 2010

(Cours optionnel - 3 crédits)

Professeur : Mathieu Boudreault

Coordonnées : Département de mathématiques
Bureau : PK-5715
Téléphone : (514) 987-3000 [8560]
Courriel : boudreault.mathieu@uqam.ca
Site web : www.math.uqam.ca/actuariat/boudreault

Démonstrateur: Dany Pilon (pilon.dany@courrier.uqam.ca)

Cours préalables : MAT3071 (Processus stochastiques)

Horaire du cours : Mardi 14h30 à 16h (Théorique)
Mercredi 14h30 à 16h (Théorique)
Mercredi 16h à 18h (Pratique)

Disponibilités : Sur rendez-vous

Matériel obligatoire : Notes de cours (fournies gratuitement sur le site web du cours)

Référence recommandée mais non obligatoire :

- *Loss Models : From Data to Decisions*, 3^{e} édition, de Klugman, Panjer et Willmot (KPW)
  - Ne couvre pas la partie « Risque de crédit » ;

Références facultatives :

- *Mathématiques de l'assurance non-vie: tome 1*, par Denuit et Charpentier.
  - Ne couvre pas la partie « Risque de crédit » ;
- *Quantitative Risk Management : Concepts, Techniques and Tools,* par McNeil, Frey et Embrechts
  - Excellente référence mais les mathématiques sont plus avancées ;
  - Ne couvre pas la partie « Théorie de la ruine » ;

Description du cours

Tiré du site web du registraire de l'UQAM :
« Ce cours vise à initier l'étudiant aux concepts avancés de modélisation et d'analyse des risques actuariels. Les éléments suivants seront abordés : modèle collectif du risque en assurances I.A.R.D., comparaison des risques, notions de dépendance, analyse des événements catastrophiques, probabilités de ruine à temps discret et continu, modélisation du risque de crédit. Ce cours comporte une séance d'exercices de 2 heures par semaine. »

Préalables

- MAT3071 (Processus stochastiques)
  - Cours préalable obligatoire;
  - L'étudiant doit être très familier avec les différents types de mouvements browniens tels que mouvements brownien standard, arithmétique et géométrique;
- Éléments de programmation
  - L'étudiant doit pouvoir manipuler les différents outils de Microsoft Excel;
  - Idéalement, l'étudiant doit être familier avec un langage de programmation comme VBA pour Excel, R, S-Plus ou Matlab.

Objectifs

Objectifs généraux

Ce cours a comme objectifs de préparer l'étudiant à:

1. Application des mathématiques aux problèmes concrets en gestion quantitative des risques actuariels et financiers;
2. Utilisation des divers outils informatiques à l'analyse des risques en assurance et en finance;
3. Susciter un intérêt pour les études avancées en gestion quantitative des risques;
4. Préparation à certains éléments de l'examen C/4 de la *Society of Actuaries* et de la *Casualty Actuarial Society* (théorie de la ruine, mesures de risque);

Objectifs spécifiques

Notez que certaines sections peuvent ne pas être abordées en classe suite à des contraintes de temps

1. Modélisation de la solvabilité des compagnies
   a. Mesures et comparaison des risques
      i. Définir les diverses mesures de risques;
      ii. Comprendre les différences entre les mesures de risques;
      iii. Comparer divers risques sur la base des mesures de risques;
      iv. Appliquer les mesures de risques à l'analyse des risques dans différents contextes (assurance IARD, finance, etc.);
      v. Utiliser les mesures de risques pour déterminer une réserve appropriée;
   b. Théorie de la ruine en temps discret et continu
      i. Comprendre les éléments qui déclenchent la ruine dans le contexte présenté;
      ii. Calculer la probabilité de ruine d'une ligne d'assurance pour des cas simples;
      iii. Manipuler un outil informatique pour calculer la probabilité de ruine dans des cas plus complexes;

iv. Utiliser la probabilité de ruine pour déterminer une réserve appropriée;
v. Comprendre les différentes forces et faiblesses de l'approche présentée;

c. Mouvement brownien
   i. Différencier le modèle de surplus basé sur le mouvement brownien avec celui basé sur le processus de Poisson composé;
   ii. Déterminer la distribution du temps du premier passage d'un mouvement brownien (MBS, MBA, MBG) à une barrière inférieure ou supérieure;

d. Modèles de risque de crédit
   i. Comprendre la différence entre les modèles de Merton et de Black & Cox.
   ii. Différencier les modèles structurels de risque de crédit et les modèles en théorie de la ruine;
   iii. Lier les modèles à forme réduite (intensité) aux modèles de survie en assurance-vie;
   iv. Calculer une probabilité de défaut dans un modèle structurel et à forme réduite (intensité);
   v. Comprendre les différents instruments financiers servant à se protéger contre le risque de crédit;
   vi. Évaluer divers instruments financiers reliés au risque de crédit;
   vii. Appliquer les différents modèles de risques de crédit professionnels (CreditRisk+, Moody's-KMV, Z-Score, etc.) à l'analyse du risque de crédit d'une entreprise.

2. Modélisation de la dépendance entre les risques
   a. Concepts de dépendance
      i. Comprendre comment des phénomènes réels peuvent créer de la dépendance entre deux variables aléatoires;
      ii. Différencier les différentes mesures de dépendance et leur pertinence dans différents contextes;
   b. Modèles explicites de dépendance
      i. Bâtir un modèle pour plusieurs risques à l'aide de chocs communs ou de variables latentes;
      ii. Calculer diverses mesures de risque dans un modèle avec dépendance explicite;
   c. Modèles implicites de dépendance (copules)
      i. Comprendre comment la dépendance est créée dans un modèle de dépendance implicite;
      ii. Estimer une copule à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance ou de la méthode des moments;
      iii. Choisir la copule la plus appropriée selon le contexte et les données;
      iv. Calculer diverses mesures de risque dans un modèle avec dépendance implicite;
   d. Applications
      i. Appliquer les concepts de dépendance dans différents contextes en gestion quantitative des risques actuariels et financiers;
      ii. Comprendre l'impact d'un choc commun ou d'une copule dans l'évaluation d'un produit d'assurance;
      iii. Évaluer le risque de crédit d'un portefeuille dans CreditMetrics et le modèle de Li.

iv. Déterminer la distribution du rendement d'un portefeuille d'actifs financiers soumis à une dépendance;
v. Comprendre comment la dépendance peut créer des risques extrêmes dans divers contextes comme la finance quantitative et l'assurance de risques catastrophiques.

Évaluation

- L'évaluation du cours comporte trois éléments :
  - Examen partiel;
  - Examen final;
  - Travaux pratiques;
- Examen partiel (40%)
  - Examen à développement d'une durée de 3h;
  - Vous aurez droit à votre propre aide-mémoire sur une feuille 8.5x11 recto-verso ainsi qu'à la table des distributions de l'examen C/4;
  - Date : mercredi 9 mars 2011 (14h30 à 17h30);
- Examen final (40%)
  - Examen à développement d'une durée de 3h;
  - Vous aurez droit à votre propre aide-mémoire sur une feuille 8.5x11 recto-verso ainsi qu'à la table des distributions de l'examen C/4;
  - Date : mercredi 27 avril 2011 (14h30 à 17h30);
- Travaux pratiques (10% chacun)
  - Deux travaux à remettre au moment de chacun des examens;
  - Divers éléments : programmation, preuves, discussions, réflexions, recherche, etc.
  - En équipe de deux ou trois. Aucun travail individuel ne sera accepté.
  - Dates de remise
    - 1er travail : 9 mars 2011 à 14h30, à mon bureau ou par courriel.
    - 2^{e} travail : 27 avril 2011 à 14h30, à mon bureau ou par courriel.
    - Aucun retard toléré. Tout travail remis après l'heure de tombée se verra attribuer une note de 0 (zéro).
- **Remarques supplémentaires**
  - La note finale (en lettre, A+, A, etc.) pour le trimestre sera attribuée en fonction de l'atteinte des objectifs spécifiques à travers les trois évaluations (examen partiel, examen final et travail pratique). La distribution des résultats dans le groupe pourrait aussi être utilisée. Aucune autre opportunité (travail supplémentaire, etc.) d'augmenter le nombre de points ne sera allouée.
  - Seules les calculatrices acceptées par la Society of Actuaries seront admises pour les examens i.e. les modèles BA-35, BA II Plus, TI-30X, TI-30Xa, TI-30XIIS et TI-30XIIB.
  - De plus, pour réussir le cours, il faudra atteindre la note minimale de passage en moyenne dans les deux examens;
- **Politique de reprise d'examen :** Par souci d'équité, aucune reprise d'examen ne sera permise, à moins de conditions exceptionnelles. La reprise d'examen n'est pas un droit mais un privilège, qui sera déterminé cas par cas.
- **Qualité du français écrit :** Il a été proposé en assemblée départementale que la qualité du français soit un critère d'évaluation dans les travaux. Par conséquent, un maximum de 15% des points pourront être retranchés de la note finale du travail pratique si la qualité du français est jugée inacceptable.
- **Plagiat, fraude et tricherie :** L'UQAM a récemment instauré une politique de « tolérance zéro » pour les infractions listées au Règlement # 18 (article 2). Par conséquent, toute infraction de ce type sera immédiatement sanctionnée (article 3).

RESPECT DE L'INTÉGRITÉ ACADÉMIQUE

Face à l'importance et à l'ampleur du phénomène de la tricherie et du plagiat dans les universités, ici et à l'étranger, l'UQAM a amorcé, en janvier 2007, une démarche visant à promouvoir le respect de l'intégrité académique. Dans ce contexte et inspirée d'une philosophie de « tolérance zéro », la Commission des études de l'UQAM a modifié son Règlement sur les infractions de nature académique (R. 18) à sa réunion du 2 décembre 2008.
Endossant cette philosophie de « tolérance zéro » relativement aux actes de plagiat, de fraude et de tricherie, la Faculté des sciences de l'UQAM souhaite sensibiliser ses étudiants à l'importance du respect de l'intégrité académique. Puisqu'en sollicitant son admission à l'UQAM, toute candidate, tout candidat s'engage à suivre les politiques et règlements de l'Université, la Faculté souhaite informer ses étudiants des différents articles de ce règlement, des actes répréhensibles et des sanctions applicables. Un extrait de ces articles se trouve ci-dessous. Le Règlement complet et son application à la Faculté des sciences sont disponibles à l'adresse Web suivante :
http://www.sciences.uqam.ca/decanat/reglements.php
Tous ces efforts visent à assurer la validité de la formation dispensée par la Faculté, ainsi qu'un traitement équitable de tous afin de maintenir la qualité de ses diplômes.

Article 2 - Infractions de nature académique

2.1 Infraction
Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie, falsification de document ou création d'un faux document commis par une candidate, un candidat, une étudiante, un étudiant de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen, d'un travail ou d'un stage faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constitue une infraction au sens de ce règlement.

2.2 Liste non limitative des infractions
Sans limiter la généralité de ce qui précède, constitue notamment une infraction le fait de poser ou tenter de poser l'un des actes suivants ou le fait d'y participer :

a) la substitution de personnes ou l'usurpation d'identité;
b) le plagiat : l'utilisation totale ou partielle du texte ou de la production d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence;
c) l'autoplagiat : le dépôt d'un travail pour fins d'évaluation alors que ce travail constitue essentiellement un travail qui a déjà été soumis pour fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant;
d) la possession ou l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen;
e) la possession ou l'utilisation de tout document ou matériel non autorisé préalablement, pendant un examen ou lors de la réalisation de travaux, incluant le recours aux outils informatiques ou moyens technologiques;
f) l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen ou de tout autre matériel provenant d'une autre personne;
g) l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle;
h) l'obtention d'une évaluation non méritée notamment par corruption, chantage, intimidation ou toute forme de harcèlement ou la tentative d'obtenir une telle évaluation;
i) la falsification d'un document ou la création d'un faux document, notamment d'un document transmis à l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances;
j) la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Article 3 - Sanctions

3.1 L'attribution de la mention «P»
L'étudiante, l'étudiant qui commet une infraction est mis en probation et peut se voir imposer une ou plusieurs sanctions. La mise en probation génère l'attribution de la mention «P» au dossier informatisé de l'étudiant, de l'étudiante. La mention «P» n'apparaît pas au relevé de notes de l'étudiante, l'étudiant mais figure en tout temps à son dossier.
Lorsque la sanction est la suspension, une mention à cet effet apparaîtra au relevé de notes pour la durée de la suspension. Dans le cas d'une expulsion définitive de l'Université, une mention à cet effet apparaîtra de manière permanente au relevé de notes.

3.2 La mise en probation et autres sanctions
a) la *mise en probation;*
La mise en probation constitue la reconnaissance que l'étudiante, l'étudiant a commis une infraction au présent règlement.
La mise en probation peut être imposée sans autre sanction, auquel cas, l'enseignant, l'enseignante se voit inviter à attribuer une notation à l'étudiante, l'étudiant pour le cours conformément au résultat obtenu pour les prestations complétées. La mise en probation sans autre sanction signifie que la mention «P» est inscrite au dossier de l'étudiante, l'étudiant et que celle, celui qui en est l'objet ne doit commettre aucune autre infraction au présent règlement, à défaut de quoi, l'une ou l'autre des sanctions suivantes lui sera imposée.
Outre la mise en probation, l'étudiante, l'étudiant peut se voir imposer une ou plusieurs des sanctions suivantes :
b) l'échec au cours ou à l'activité créditée;
c) l'obligation de réussir de trois à six crédits additionnels, hors programme, afin d'obtenir son grade, diplôme, certificat ou attestation; les cours doivent être identifiés;
d) la suspension de toute activité à l'Université, pour une période maximale de neuf trimestres consécutifs;
e) son expulsion définitive de l'Université.

Bibliographie

- Boudreault, Mathieu (2009), ACT650A – Mathématiques du risque – Notes de cours (Référence obligatoire, distribuée sur le site web du cours)
- Boudreault, Mathieu (2004), Introduction à la programmation en S-Plus, Document de référence pour le cours ACT-21411, Université Laval (Distribué sur le site web du cours)
- Boudreault, Mathieu (2002), Introduction à Visual Basic pour Microsoft Excel (VBA), Document de référence pour le cours IFT-20403, Université Laval (Distribué sur le site web du cours)
- Denuit, M. et A. Charpentier (2004), Mathématiques de l'assurance non-vie. Tome 1 : Principes fondamentaux de théorie du risque. Economica.
- Dickson, D.C.M. (2006), Insurance Risk and Ruin, International Series on Actuarial Science, Cambridge.
- Goulet, Vincent (2007), Introduction à la programmation en S, (Distribué librement au http://cran.r-project.org/doc/contrib/Goulet_introduction_programmation_S.pdf)
- Klugman, S., H. Panjer et G. Willmot (2008), Loss Models : From Data to Decisions, 3e édition Wiley.
- McNeil, A., R. Frey et P. Embrechts (2005), Quantitative Risk Management : Concepts, Techniques and Tools, Princeton University Press.

Équivalence entre le livre et les notes de cours

Les chapitres du livre recommandé sont présentés à titre indicatif seulement. La matière couverte en classe se limite souvent à quelques parties des chapitres mentionnés plus bas.

Thèmes abordés	Sections équivalentes dans le livre de KPW (3^{e} édition)
Mesures et comparaison des risques	Section 3.5, 5.5, 6.14, 9.12
Théorie de la ruine en temps discret	Chapitre 10
Théorie de la ruine en temps continu	Chapitre 11
Mouvement brownien	Sections 11.6 et 11.7
Risque de crédit	Non couvert dans le livre
Modèles de dépendance	Chapitre 7, section 17.2
Risques catastrophiques	Section 3.4, 5.6, 17.1

Calendrier

(à titre indicatif, sujet à changements)

Séance	Date	Contenu approximatif
# 1	12/01/2010	Mesures de risque
# 2	19/01/2010	Théorie de la ruine en temps discret
# 3	26/01/2010	Théorie de la ruine en temps continu
# 4	02/02/2010	Théorie de la ruine en temps continu
# 5	09/02/2010	Mouvement brownien
# 6	16/02/2010	Introduction au risque de crédit
# 7	23/02/2010	Modèles de risques de crédit
# 8	09/03/2010	**Examen partiel (#1 à 6), remise du travail pratique # 1**
# 9	16/03/2010	Concepts et modèles de dépendance
# 10	23/03/2010	Modèles de dépendance implicites (copules)
# 11	30/03/2010	Modèles de dépendance implicites (copules)
# 12	06/04/2010	Applications des modèles de dépendance
# 13	13/04/2010	Applications des modèles de dépendance
# 14	20/04/2010	Congé de cours
# 15	27/04/2010	**Examen final (#6 à 13), remise du travail pratique # 2**