Université du Québec à Montréal
Faculté des sciences
Département de mathématiques

ACT5310 : Mathématiques de la finance actuarielle II

Groupe 020 – Automne 2024

Chargé de cours : Jackson Book
Courriel : book_botog.christel_jackson@uqam.ca

Démonstrateur: À venir

Cours préalables :
- ➔ ACT4310 Mathématiques de la finance actuarielle I
- ➔ ACT3035 Laboratoire d'actuariat
- ➔ MAT2720 Processus stochastiques

Horaire du cours : Cours magistral (SH-3260) Mardi 18h00 à 21h00 (3 septembre au 10 décembre 2024)

Exercices (SH-3260) Mardi 16h00 à 18h00 (10 septembre au 3 décembre 2024)

Disponibilités : Sur rendez-vous

Matériel obligatoire :

- Notes de cours et exercices (disponible sur moodle)

Références facultatives recommandées mais non obligatoires:

- *Options, futures and other derivatives*, 7e édition de John C. Hull
  - Il s'agit de la référence la plus recommandée pour les professionnels de la finance;
  - Une version française est disponible (*Options, futures et autres actifs dérivés*, 6e édition);
- *Derivatives Markets*, 3e édition de Robert L. McDonald
  - Référence officielle de l'examen IFM / 3F;
- *Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets* par Cvitanic et Zapatero (voir bibliographie)
  - Alternative plus mathématique (mais bien dosée) au livre de Hull

Organisation du cours

Les cours magistraux et les exercices auront lieu en présentiel.

Description du cours

Tiré du site web du registraire de l'UQAM :
« Approfondissement des mathématiques de l'évaluation et de la gestion de produits d'assurance et de passifs actuariels liés aux marchés financiers.
Modèles de finance actuarielle à temps continu; Applications du modèle de Black-Scholes aux produits d'assurance et passifs actuariels liés aux marchés financiers; Estimation, simulation et techniques de réduction de variance; Gestion des passifs actuariels dans le modèle de Black-Scholes; Modèles de taux d'intérêt à temps continu avec applications actuarielles. »

Préalables

- ACT4310 (Mathématiques de la finance actuarielle I)
- ACT3035 (Laboratoire d'actuariat)
- MAT2720 (Processus stochastiques)

Objectifs

Objectifs généraux

Ce cours a comme objectifs de préparer l'étudiant à:

1. Application des mathématiques financières aux problèmes concrets en finance et assurance;
2. Examen IFM de la Society of Actuaries / 3F de la Casualty Actuarial Society;
3. Susciter un intérêt pour les études avancées en mathématiques financières;

Objectifs spécifiques

Notez que certaines sections peuvent ne pas être abordées en classe suite à des contraintes de temps

1. Introduction aux produits dérivés
    a. Comprendre la différence entre l'évaluation d'un actif de base et d'un produit dérivé;
    b. Appliquer les notions d'arbitrage pour exploiter les opportunités qui se présentent;
    c. Utiliser la relation de parité entre les options d'achat et de vente européennes;
2. Modèles de marché à temps discret
    a. Bâtir un arbre binomial et trinomial à plusieurs périodes dans un contexte d'évaluation de produits dérivés;
    b. Comprendre les notions d'arbitrage et de complétude des marchés financiers dans un modèle à temps discret;
    c. Bâtir un portefeuille de réplication pour reproduire les flux financiers d'un produit dérivé de type européen;
    d. Utiliser l'évaluation neutre au risque pour calculer le prix d'un droit conditionnel;
    e. Comprendre les implications du théorème fondamental de tarification des actifs financiers;
    f. Faire le lien entre le portefeuille de réplication et l'évaluation neutre au risque dans le cadre du théorème fondamental;
    g. Comprendre l'importance des martingales et des processus markoviens dans un contexte d'évaluation de produits dérivés;

   h. À l'aide du modèle binomial, être en mesure de trouver le portefeuille de réplication d'un droit conditionnel européen à chaque période;
   i. À l'aide du modèle binomial, être en mesure d'évaluer un droit conditionnel européen ou américain, sur un actif standard ou autre;
   j. Comprendre les implications sur l'évaluation de produits dérivés d'ajouter la mortalité ou autres risques dans un produit d'assurance;
3. Modèle de Black-Scholes
   a. Comprendre et relier les mouvements browniens standard, arithmétique et géométrique (MBG);
   b. Calculer les différents moments et covariances d'un MBG;
   c. Simuler les différents types de mouvements brownien;
   d. Comprendre la notion de calcul stochastique et son importance en ingénierie financière;
   e. Comprendre les différences entre l'intégration stochastique et l'intégration au sens de Riemann;
   f. Calculer les différents moments d'une intégrale stochastique;
   g. Comprendre le lien entre une équation différentielle stochastique (EDS) et une intégrale stochastique;
   h. Définir ce qu'est un processus d'Ito et appliquer le lemme d'Ito à des transformations simples;
   i. Simuler des processus d'Ito à l'aide des méthodes d'Euler et de Milstein;
   j. Introduction aux Équations différentielles ordinaires (EDO) et Équations aux dérivés partielles (EDP);
   k. Trouver le portefeuille de réplication d'un droit conditionnel simple à l'aide de l'équation aux dérivées partielles (EDP);
   l. Utiliser l'évaluation neutre au risque pour calculer le prix d'un droit conditionnel;
   m. Changement de mesure de probabilité et application du théorème de Girsanov;
   n. Comprendre les implications du théorème fondamental d'évaluation des actifs financiers;
   o. Comprendre les implications du modèle et de la formule de Black-Scholes;
   p. Utiliser la formule de Black-Scholes dans la tarification d'options d'achat et de vente européennes;
   q. Utiliser le modèle de Black-Scholes avec des produits d'annuité et d'assurance variable;
   r. Comprendre le concept de volatilité implicite dans le modèle de Black-Scholes;
   s. Utiliser la simulation pour évaluer des produits dérivés non conventionnels;
   t. Comprendre et expliquer pourquoi il est impossible en pratique de répliquer de façon parfaite un produit dérivé dans le modèle de Black-Scholes;
   u. Comprendre le lien entre les lettres grecques (*Greeks*) et l'EDP de Black-Scholes;
   v. Utiliser la simulation pour analyser les approches de couverture;
4. Techniques de réduction de variance
   a. Comprendre l'objectif des diverses techniques de réduction de variance :
      i. Variable antithétique;
      ii. Variable de contrôle;
      iii. Échantillonnage stratifié;
      iv. Échantillonnage stratégique;
      v. Quasi Monte Carlo;
   b. Appliquer, à l'aide d'Excel, les trois premières techniques de réduction de variance à des problèmes concrets de finance et d'assurance;
5. Modèles de taux d'intérêt aléatoires
   a. Différencier les types de taux d'intérêt et ce qu'on désire modéliser;
   b. Évaluer des flux financiers dans un contexte de taux d'intérêt aléatoire;

c. Être capable d'utiliser la simulation pour analyser des stratégies de gestion des risques dans un régime de retraite;
d. Modèles à temps discret
    i. Bâtir un arbre binomial de taux d'intérêt et l'utiliser dans l'évaluation de droits conditionnels;
    ii. Bâtir, calibrer un arbre de Black-Derman-Toy et l'utiliser dans l'évaluation de droits conditionnels;

Évaluation

- L'évaluation du cours comporte trois éléments :
  - Examen partiel;
  - Examen final;
  - Travail pratique;
- Examen partiel
  - Date : mardi 15 octobre 2024 (18h à 21h);
  - Pondération : 45%
- Examen final
  - Date : mardi 3 décembre 2024 (18h à 21h);
  - Pondération : 45%
- Travail pratique
  - Un travail à remettre sur Moodle au plus tard le dimanche 15 décembre 2024 à 23h59;
  - Pondération : 10%
  - En équipe de 3 à 4 personnes. Aucun travail individuel ne sera accepté;
  - Aucun retard toléré. Tout travail remis après l'heure de tombée se verra attribuer une note de 0 (zéro);
- **Remarques**
  - Pour les questions à choix multiples, aucun point ne sera alloué (ni enlevé) pour une mauvaise réponse, ni pour le développement.
  - La note finale (en lettre, A+, A, etc.) pour le trimestre sera attribuée en fonction de l'atteinte des objectifs spécifiques à travers les trois évaluations (examen partiel, examen final et travail pratique). La distribution des résultats dans le groupe pourrait aussi être utilisée. Aucune autre opportunité (travail supplémentaire, etc.) d'augmenter le nombre de points ne sera allouée.
  - Seules les calculatrices acceptées par la Society of Actuaries seront admises pour les examens i.e. les modèles BA-35, BA II Plus, TI-30X, TI-30Xa, TI-30XIIS et TI-30XIIB.
- **Politique de reprise d'examen :** Par souci d'équité, aucune reprise d'examen ne sera permise, à moins de conditions exceptionnelles. La reprise d'examen n'est pas un droit mais un privilège, qui sera déterminé cas par cas.
- **Qualité du français écrit :** Il a été proposé en assemblée départementale que la qualité du français soit un critère d'évaluation dans les travaux. Par conséquent, un maximum de 15% des points pourront être retranchés de la note finale du travail pratique si la qualité du français est jugée inacceptable.
- **Plagiat, fraude et tricherie :** L'UQAM a récemment instauré une politique de « tolérance zéro » pour les infractions listées au Règlement # 18 (article 2). Par conséquent, toute infraction de ce type sera immédiatement sanctionnée (article 3).
  - Voir le texte joint à la page suivante

Calendrier

(à titre indicatif, sujet à changements)

Séance	Date	Contenu approximatif
#1	2024-09-03	Introduction
#2	2024-09-10	Arbre binomial à 1 et 2 périodes
#3	2024-09-17	Généralisation de l'arbre binomial
#4	2024-09-24	Arbre trinomial
#5	2024-10-01	Mouvement brownien (partie 1)
#6	2024-10-08	Mouvement brownien (partie 2)
#7	2024-10-15	**Examen intra (#1 à 6)**
#8	2024-10-22	Introduction au calcul stochastique
#9	2024-10-29	Solutions au modèle de Black-Scholes
#10	2024-11-05	Applications du modèle de Black-Scholes
#11	2024-11-12	Réplication dans le modèle de Black-Scholes
#12	2024-11-19	Modèles binomiaux de taux d'intérêt (partie 1)
#13	2024-11-26	Modèles binomiaux de taux d'intérêt (partie 2)
#14	2024-12-03	**Examen final (#8 à 13)**
#15	2024-12-10	Techniques de réduction de variance
	2024-12-15	**Remise du travail pratique**

RÈGLEMENT 18
SUR LES INFRACTIONS DE NATURE ACADÉMIQUE

Tout acte de plagiat, fraude, copiage, tricherie ou falsification de document commis par une étudiante, un étudiant, de même que toute participation à ces actes ou tentative de les commettre, à l'occasion d'un examen ou d'un travail faisant l'objet d'une évaluation ou dans toute autre circonstance, constituent une infraction au sens de ce règlement.

La liste non limitative des infractions est définie comme suit :

- la substitution de personnes ;
- l'utilisation totale ou partielle du texte d'autrui en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence ;
- la transmission d'un travail aux fins d'évaluation alors qu'il constitue essentiellement un travail qui a déjà été transmis aux fins d'évaluation académique à l'Université ou dans une autre institution d'enseignement, sauf avec l'accord préalable de l'enseignante, l'enseignant ;
- l'obtention par vol, manœuvre ou corruption de questions ou de réponses d'examen ou de tout autre document ou matériel non autorisés, ou encore d'une évaluation non méritée ;
- la possession ou l'utilisation, avant ou pendant un examen, de tout document non autorisé ;
- l'utilisation pendant un examen de la copie d'examen d'une autre personne ;
- l'obtention de toute aide non autorisée, qu'elle soit collective ou individuelle ;
- la falsification d'un document, notamment d'un document transmis par l'Université ou d'un document de l'Université transmis ou non à une tierce personne, quelles que soient les circonstances ;
- la falsification de données de recherche dans un travail, notamment une thèse, un mémoire, un mémoire-création, un rapport de stage ou un rapport de recherche.

Les sanctions reliées à ces infractions sont précisées à l'article 3 du Règlement no 18 sur les infractions de nature académique.

Vous pouvez consulter sur le site r18.uqam.ca des capsules vidéos qui vous en apprendront davantage sur l'intégrité académique et le R18, tout en vous orientant vers les ressources mises à votre disposition par l'UQAM pour vous aider à éliminer le plagiat de vos travaux.

Infosphère est l'un de ces outils indispensables : un guide méthodologique visant à promouvoir les bonnes pratiques en matière de recherche documentaire et de rédaction de travaux. Cet outil vous accompagnera tout au long de vos études et vous permettra d'éviter les pièges du plagiat. Cliquez sur le logo à gauche pour être redirigé vers le site.

Politique nº 16 contre le harcèlement sexuel

Le harcèlement sexuel se définit comme étant un comportement à connotation sexuelle unilatéral et non désiré ayant pour effet de compromettre le droit à des conditions de travail et d'études justes et raisonnables ou le droit à la dignité.

La Politique nº 16 identifie les comportements suivants comme du harcèlement sexuel :
1. Manifestations persistantes ou abusives d'un intérêt sexuel non désirées.
2. Remarques, commentaires, allusions, plaisanteries ou insultes persistants à caractère sexuel portant atteinte à un environnement propice au travail ou à l'étude.
3. Avances verbales ou propositions insistantes à caractère sexuel non désirées.
4. Avances physiques, attouchements, frôlements, pincements, baisers non désirés.
5. Promesses de récompense ou menaces de représailles, implicites ou explicites, représailles liées à l'acceptation ou au refus d'une demande d'ordre sexuel.
6. Actes de voyeurisme ou d'exhibitionnisme.
7. Manifestations de violence physique à caractère sexuel ou imposition d'une intimité sexuelle non voulue.
8. Toute autre manifestation à caractère sexuel offensante ou non désirée.

Pour plus d'information :
instances.uqam.ca/ReglementsPolitiquesDocuments/Documents/Politique_no_16.pdf

Pour obtenir du soutien :

Pour rencontrer une personne ou faire un signalement :
Bureau d'intervention et de prévention en matière de harcèlement
514 987-3000, poste 0886
Pour la liste des services offerts en matière de violence sexuelle à l'UQAM et à l'extérieur de l'UQAM : harcelement.uqam.ca

CALACS Trêve pour Elles – point de services UQAM :
514 987-0348
calacs@uqam.ca
trevepourelles.org

Soutien psychologique (Services à la vie étudiante) :
514 987-3185
Local DS-2110

Service de la prévention et de la sécurité :
514 987-3131

Mesures d'aménagements académiques

Étudiants ayant une déficience de type visuelle, auditive, motrice, trouble d'apprentissage, trouble envahissant du développement et trouble de santé mentale.
Les étudiants qui ont une lettre *d'Attestation des mesures d'aménagements académiques* obtenue auprès d'un conseiller de l'**Accueil et soutien aux étudiants en situation de handicap (ASESH)** doivent rencontrer leur professeur au début de la session afin que les mesures d'aménagements en classe ou lors des évaluations puissent être mises en place. Ceux qui ont une déficience ou une incapacité mais qui n'ont pas cette lettre doivent contacter l'**ASESH** au 514-987-3148 ou se présenter au local AB-2300 le plus tôt possible.

Bibliographie

- Boudreault, Mathieu (2011), Introduction aux mathématiques de l'ingénierie financière (Référence obligatoire, distribuée sur le site web du cours)
- Boudreault, Mathieu (2004), Introduction à la programmation en S-Plus, Document de référence pour le cours ACT-21411, Université Laval (Distribué sur le site web du cours)
- Boudreault, Mathieu (2002), Introduction à Visual Basic pour Microsoft Excel (VBA), Document de référence pour le cours IFT-20403, Université Laval (Distribué sur le site web du cours)
- Cvitanic, J. et F. Zapatero (2004), Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets, MIT Press
  Disponibilité bibliothèque
- Goulet, Vincent (2007), Introduction à la programmation en S, (Distribué librement au http://cran.r-project.org/doc/contrib/Goulet_introduction_programmation_S.pdf)
- Hull, John C. (2007), *Options, futures and other derivatives*, 7e édition, Prentice-Hall.
  Disponibilité bibliothèque
- McDonald, Robert L. (2005), *Derivatives markets*, 2e édition, Addison-Wesley.
  Disponibilité bibliothèque